

# Travaux Pratiques

## *Electronique pour la transmission de l'information*

### TP n°1 – Synthèse et réalisation de filtres actifs

L'objectif de ce TP est de synthétiser et mettre en œuvre des structures de base de filtres actifs et d'analyser leur comportement d'après des simulations (réalisées au moyen du logiciel Orcad) et d'après des mesures.

#### A. Préparation

Le filtrage est une fonction électronique essentielle permettant de modifier les composantes spectrales d'un signal. A partir d'un cahier des charges donné, il faut établir la fonction de transfert du filtre. Cette étape s'appelle **la synthèse**. Dans un second temps, on s'interroge sur la manière de réaliser ce filtre, la réalisation choisie dépendant fortement de la gamme de fréquences dans laquelle on travaille.

Dans ce TP, le cahier des charges porte sur l'amplitude de la réponse en fréquence et on s'intéresse plus particulièrement à la réalisation de filtres à l'aide d'amplificateurs opérationnels qu'on appelle filtres actifs.

#### I. Synthèse d'un filtre passe-bas de Butterworth

On désire réaliser un filtre passe-bas de Butterworth admettant :

- une bande passante  $f_p = 4,5$  kHz avec un gain  $a = -3$  dB dans la bande passante,
- un gain maximal  $b = -35$  dB pour des fréquences supérieures à  $f_a = 13$  kHz.

Remarque : les notations utilisées sont celles employées dans les notes de cours données à la fin du texte de TP.

Dessiner le gabarit de ce filtre puis calculer sa sélectivité.

Rappeler la fonction d'approximation d'un filtre de Butterworth.

Déterminer l'expression de  $\varepsilon$  en fonction de  $a$ . Faire l'application numérique avec  $a = -3$  dB.

Déterminer l'expression de l'ordre minimal  $n_{\min}$  du filtre passe-bas normalisé en fonction de  $b$ ,  $\varepsilon$  et  $k$  de façon à ce que la courbe de réponse en amplitude passe par les points de coordonnées  $(\Omega = 1, a)$  et  $(\Omega_a, b)$ .

A partir du cahier des charges donné ci-dessus, calculer l'ordre du filtre et en déduire sa fonction de transfert (vérifier le résultat dans le tableau B1).

#### II. Synthèse d'un filtre passe-bas de Tchébychev

Un filtre passe-bas de Tchébychev est caractérisé par la fonction d'approximation suivante :

$$F(\Omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)} \text{ avec } \begin{array}{ll} T_n(\Omega) = \cos[n \cdot \text{Arccos}(\Omega)] & \Omega \leq 1 \\ T_n(\Omega) = \text{ch}[n \cdot \text{Argch}(\Omega)] & \Omega > 1 \end{array}$$

Déterminer l'expression de  $\epsilon$  en fonction de  $a$ .

Sachant que la courbe de réponse du gain passe par le point de coordonnées  $\left( \Omega_a = \frac{f_a}{f_p} = \frac{1}{k}, b \right)$ ,

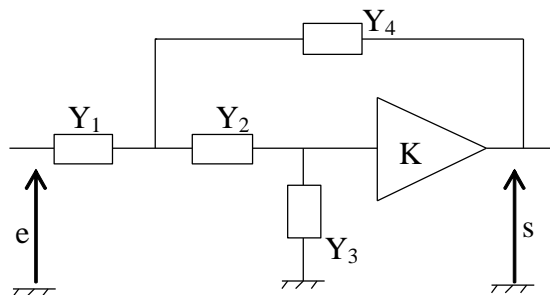
déterminer l'expression de l'ordre minimal du filtre  $n_{\min}$ .

On désire réaliser un filtre de Tchébychev d'ordre 4, ayant une ondulation maximale de 1 dB dans la bande passante, et satisfaisant au gabarit suivant : un gain  $a = -1$  dB dans la bande passante (pour des fréquences inférieures à  $f_p = 4,5$  kHz) et un gain maximal  $b = -35$  dB pour des fréquences supérieures à  $f_a = 13$  kHz. Déterminer sa fonction de transfert (voir le tableau T1 en annexe donnant les expressions des fonctions de transmission normalisées).

### III. Réalisation des filtres passe – bas

#### 1. La structure de Sallen-Key

La réalisation des filtres étant plus aisée lorsqu'on utilise des amplificateurs opérationnels, on se propose d'étudier la structure de Sallen-Key dont le schéma général est donné ci-dessous (où les éléments  $Y_i$  sont des admittances). Il existe néanmoins d'autres structures plus évoluées et plus performantes.



Structure de Sallen-Key

Calculer la fonction de transfert  $\frac{s}{e}$  dans le cas général. On précisera comment réaliser l'amplificateur de tension parfait de gain  $K$  et on supposera que l'amplificateur opérationnel utilisé est idéal.

Pour réaliser un filtre *passé-bas* on pose  $Y_1=1/R_1$ ,  $Y_2=1/R_2$ ,  $Y_3=C_3p$  et  $Y_4=C_4p$ . En déduire l'expression de la fonction de transfert en fonction de ces quatre éléments et du gain  $K$ . La mettre sous

la forme  $H(p) = \frac{A}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \left( \frac{p}{\omega_0} \right)^2}$  et expliciter  $A$ ,  $m$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$  et  $K$ .

Montrer que l'on peut régler indépendamment l'un de l'autre les deux paramètres que sont la fréquence propre et le coefficient d'amortissement. Proposer une procédure de réglage de cette cellule.

#### 2. Réalisation du filtre passe-bas de Butterworth

Le filtre sera réalisé en mettant en cascade plusieurs cellules du second ordre selon la structure de Sallen-Key et en considérant la fonction de transfert établie à la question B.II.2.

Calculer les composants nécessaires à la réalisation du filtre ainsi que le gain  $K$  sachant que  $R_1 = R_2 = R$  et  $C_3 = C_4 = C = 4,7$  nF. Lors de la réalisation du filtre, le gain global n'est pas forcément unitaire. Ceci n'a que peu d'importance car il suffit de rajouter un étage amplificateur ou atténuateur. Lors de la manipulation, on réalisera le filtre sans se préoccuper du gain basse fréquence, le gabarit

devant être alors translaté en gain afin de vérifier que le filtre réalisé correspond au cahier des charges donné.

### 3. Réalisation du filtre passe-bas de Tchébychev

Le filtre est réalisé par la mise en cascade de deux cellules de Sallen-Key. Plutôt que de choisir  $R_1 = R_2 = R$ , il est aussi possible de fixer  $K$  à une valeur simple.

Montrer que la valeur  $K = 2$  permet de simplifier les calculs.

Déterminer alors les composants nécessaires à la réalisation de la fonction de transfert établie à la question B.III.2 avec l'hypothèse  $C_3 = C_4 = C = 4,7 \text{ nF}$ .

Le choix des résistances conduit, pour l'une des cellules, à un gain proche du gain d'instabilité. Justifier cette affirmation en déterminant la valeur de  $K_{\text{lim}}$  conduisant à un facteur d'amortissement négatif. Pour quelle cellule est-il donc préférable de refaire le calcul ? Pour cette cellule, déterminer la valeur de  $R_2$  et de  $K$  sachant que  $C_3 = C_4 = C = 4,7 \text{ nF}$  et  $R_1 = 6,8 \text{ k}\Omega$ . Ce sont ces valeurs qui seront considérées par la suite.

## B. Expérimentation

### I. Etude des filtres en simulation

1. Pour les filtres de Butterworth et de Tchébychev déterminés lors de la préparation, vérifier les valeurs des composants en simulant le schéma électrique du filtre à étudier avec le logiciel mis à votre disposition. Pour ce faire charger le fichier Filt\_Pbas.opj situé dans le répertoire spécifié par l'enseignant lors de la séance.

2. Comparer les comportements des deux filtres (pente, ondulation ...).

3. Observer l'effet de la dispersion des composants sur les caractéristiques du filtre de Tchébychev. Conclusion?

### II. Filtre passe-bas de Butterworth

L'étude est conduite avec une maquette constituée de deux filtres passe-bas de type Sallen-Key.

1. Réaliser le filtre sur la maquette. Lorsque cela est possible, régler le gain de chaque circuit, en précisant bien la procédure choisie.

2. Relever point par point le diagramme de Bode en amplitude du filtre dans son ensemble. Comparer le résultat obtenu au gabarit proposé. On rappelle que si le gain basse fréquence n'est pas unitaire, il suffit de translater le gabarit en gain en conséquence.

### III. Etude des filtres à l'aide du logiciel de programmation graphique

#### III.1 Filtre passe-bas de Butterworth

1. Relever le diagramme de Bode en amplitude à l'aide du logiciel de programmation graphique mis à votre disposition. Etudier plus précisément le comportement dans la bande passante.

2. Etudier l'influence sur le comportement global du montage de l'ordre dans lequel sont cascades les deux circuits.

#### III.2 Filtre passe-bas de Tchébychev

1. Réaliser le filtre en utilisant la maquette précédente. Régler le gain de chaque circuit lorsque cela est possible.

2. Relever le diagramme de Bode en amplitude du filtre dans son ensemble à l'aide du logiciel de programmation graphique mis à votre disposition.

#### III.3 Comparaison des deux filtres passe-bas réalisés

Comparer les comportements de ces deux types de filtres (pente, ondulation ...). On pourra tracer les diagrammes de Bode des filtres de Butterworth et de Tchébychev sur un même graphique pour étudier plus précisément leur comportement dans la bande passante.

## Notes de cours : synthèse de filtres

### I. Introduction

Le filtrage est une fonction électronique essentielle permettant de modifier les composantes spectrales d'un signal. A partir d'un cahier des charges donné, il faut alors établir la fonction de transfert. Cette étape s'appelle **la synthèse**. Dans un second temps, on s'interroge sur la manière de réaliser ce filtre, la réalisation choisie dépendant fortement de la gamme de fréquences dans laquelle on travaille. Dans ce TP, on s'intéresse plus particulièrement à la réalisation de filtres actifs.

Les filtres actifs reçoivent de l'énergie d'une alimentation externe ; ils sont le plus souvent utilisés pour les raisons suivantes :

- ils ne nécessitent pas l'emploi d'inductances,
- possibilité d'introduire un gain,
- relative facilitée de réglage.

En revanche les inconvénients majeurs sont le risque d'instabilité, une dynamique limitée et une utilisation réservée aux basses fréquences.

### II. Définition du gabarit

Soit  $H(j\omega)$  la fonction de transfert du filtre et  $T_{dB}(\omega)$  le gain normalisé exprimé en dB et défini par

$T_{dB}(\omega) = 20 \log \left( \frac{|H(j\omega)|}{|H|_{\max}} \right)$ . Les performances d'un filtre sont alors décrites par un gabarit à l'intérieur

duquel la courbe du gain normalisé et exprimé en dB doit se situer. Les différents types de gabarits possibles sont représentés sur la figure 1, ils sont caractérisés par un certain nombre de paramètres.

- le gain minimal dans la bande passante, noté  $a$ ,
- le gain maximal dans la bande atténuée, noté  $b$ ,
- les fréquences caractérisant les zones de transition entre la bande passante ( $f_p^+$  et  $f_p^-$ ) et la bande atténuée ( $f_a^+$  et  $f_a^-$ ).
- la sélectivité  $k$ , ou la raideur de la bande de transition, est définie à partir des fréquences de coupure.

Sélectivité	Passe-bas	Passe-haut	Passe-bande	Coupe-bande
$k$	$\frac{f_p}{f_a}$	$\frac{f_a}{f_p}$	$\frac{\Delta f_p}{\Delta f_a} = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-}$	$\frac{\Delta f_a}{\Delta f_p} = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-}$

- pour les filtres passe-bande et coupe-bande symétriques, on définit la fréquence centrale du filtre symétrique :  $f_0^2 = f_a^+ f_a^- = f_p^+ f_p^-$  et la largeur relative de bande.

Passe-bande	Coupe-bande
$B = \frac{\Delta f_p}{f_0} = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0}$	$B = \frac{\Delta f_a}{f_0} = \frac{f_a^+ - f_a^-}{f_0}$

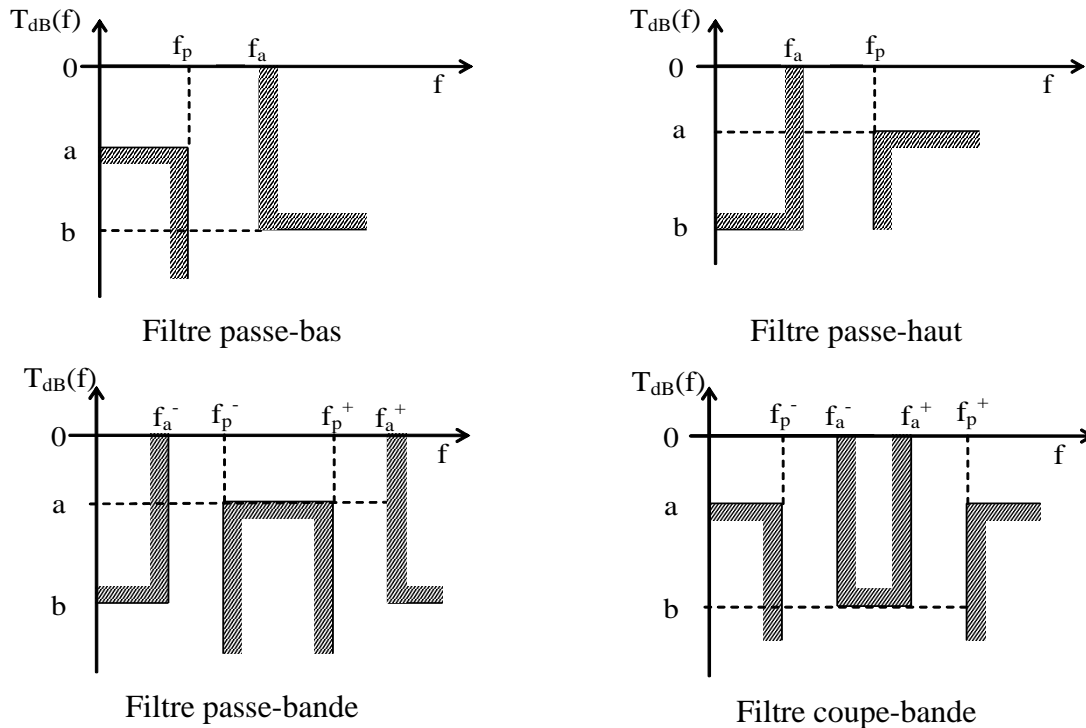


Figure 1. Gabarit des différents types de filtre

### III. Normalisation et transposition de fréquence : définition du filtre prototype

Quel que soit le gabarit du filtre à réaliser, il faut le ramener à un gabarit de filtre passe-bas normalisé appelé aussi filtre prototype.

#### III.1 Normalisation

La normalisation s'effectue en exprimant les fréquences relativement à une fréquence de référence qui est :

$$f_p \text{ pour les filtres passe-bas et passe-haut, on posera alors : } s = \frac{p}{\omega_p} \text{ et } \Omega = \frac{\omega}{\omega_p}$$

$$f_0 \text{ pour les filtres passe-bande et coupe-bande, on posera alors : } s = \frac{p}{\omega_0} \text{ et } \Omega = \frac{\omega}{\omega_0} .$$

On a donc  $p = j\omega$  et  $s = j\Omega$ , variable de Laplace normalisée.

#### III.2 Transposition

Quel que soit le gabarit du filtre à réaliser (ce dernier devant être symétrique dans le cas des filtres passe-bande ou coupe-bande<sup>1</sup>), on se ramène d'abord au gabarit du filtre prototype par une transposition conforme. Une fois la fonction de transfert de ce filtre connue, on revient au filtre désiré par la même transposition.

<sup>1</sup> Remarque : les caractéristiques du gabarit  $a$ ,  $b$ ,  $k$  et  $B$  ne sont pas modifiées par les transpositions conformes dans la mesure où l'on considère un filtre symétrique. Si ce n'est pas le cas, on établit un autre gabarit, contenu dans le premier (donc plus "sévère"), qui représente alors un filtre symétrique. Bien que cette opération supplémentaire semble être une contrainte, elle conduit à une grande simplification pour la synthèse du filtre.

$$\text{Passe-bas} \leftrightarrow \text{Passe-haut} : s \leftrightarrow \frac{1}{s}$$

$$\text{Passe-bas} \leftrightarrow \text{Passe-bande} : s \leftrightarrow \frac{1}{B} \left( s + \frac{1}{s} \right)$$

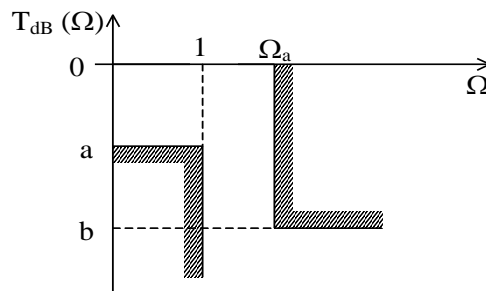
$$\text{Passe-bas} \leftrightarrow \text{Coupe-bande} : s \leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{B} \left( s + \frac{1}{s} \right)}$$

Les trois paramètres du filtre prototype  $a$ ,  $b$  et  $k$  permettent de déterminer la fonction de transfert de ce filtre. Le calcul des valeurs des éléments du filtre nécessite la "dénormalisation" des fréquences.

#### IV. Fonction de transfert du filtre prototype

##### IV.1 Introduction

Le gabarit d'un filtre passe-bas normalisé apparaît sous la forme :



On suppose ici que la pulsation de normalisation est égale à la pulsation de la bande passante ( $\omega_p = 2\pi f_p$ ) correspondant au gain  $a$ . La pulsation correspondant au début de la bande atténuée est  $\omega_a = 2\pi f_a$ , et la valeur normalisée correspondante est  $\Omega_a = \frac{\omega_a}{\omega_p}$ , qui est aussi égale à  $1/k$  où  $k$  est la sélectivité.

Le problème consiste à déterminer une fonction d'approximation  $F(\Omega)$  dont la courbe s'inscrit dans le gabarit, c'est-à-dire qui soit une approximation de la courbe idéale :

- le gain doit être fort dans la bande passante ( $f < f_p$ ),
- le gain doit être faible dans la bande atténuée ( $f > f_a$ ),
- l'atténuation doit augmenter rapidement entre  $f_p$  et  $f_a$ .

Pour des raisons de stabilité et de réalisation des filtres, la fonction d'approximation est telle que :

$$F(\Omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 K_n^2(\Omega)}$$

où  $K_n(\Omega)$  est une *fonction caractéristique* telle que  $K_n(1) = 1$ .

Si  $H(\Omega)$  est d'ordre  $n$ , alors  $F(\Omega)$  est d'ordre  $2n$  et contient  $2n$  pôles.

On détermine  $H(s)$  en cherchant les zéros de  $F(\Omega)$ , avec  $\Omega = -js$ .

On choisit les pôles stables pour  $H(s)$  c'est-à-dire les racines à partie réelle négative de :  $1 + \varepsilon^2 K_n^2(-js) = 0$ .

## IV.2 Classification des filtres

- *Filtre de Butterworth* : ce sont des filtres polynomiaux qui se caractérisent par une courbe en réponse la plus plate possible dans la bande passante, on parle aussi de filtres méplats.
- *Filtre de Tchébychev* : ce sont des filtres polynomiaux caractérisés par une forte raideur de la coupure.
- *Filtre de Bessel* : ces filtres permettent de réduire au maximum la distorsion de phase dans la bande passante.
- *Filtre de Legendre* : ils présentent la pente la plus forte possible à la fréquence de coupure.
- *Filtre de Causer* : ce sont des filtres à zéros de transmission et forte raideur,  $K_n(s)$  est une fraction rationnelle, on définit ainsi des filtres réjecteurs de fréquences.

## V. Synthèse

### V.1 Filtre de Butterworth

Un filtre de Butterworth d'ordre  $n$  est un filtre polynomial dont le gain en dB et ses  $(n-1)$  premières dérivées sont nulles pour une pulsation  $\omega_0$ . Pour un filtre passe-bas cette pulsation est la pulsation nulle. Si on normalise les pulsations à la pulsation  $\omega_p$ , la fonction d'approximation est donc de la forme :

$$F(\Omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 (\Omega)^{2n}} \text{ ou bien } F(\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n}}$$

Donc :

- il existe une pulsation  $\Omega_c$  telle que le gain est de -3 dB, quel que soit l'ordre  $n$ ,
- la décroissance asymptotique est de  $n \cdot 20$  dB/décade.

La fonction de transfert du filtre de Butterworth s'obtient ensuite en recherchant les racines à partie réelle négative de l'équation  $1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n} = 0$  avec  $\Omega = -js$ , c'est-à-dire :

$$1 + \varepsilon^2 (-1)^n s^{2n} = 0$$

Si ces racines sont notées  $s_k$  alors  $H(s) = \frac{1}{\varepsilon \prod_{k=1}^n (s - s_k)}$  avec  $n$  l'ordre du filtre.

### V.2 Filtre de Tchébychev

On pose  $K_n(\Omega) = T_n(\Omega)$  où  $T_n(\Omega)$  est un polynôme de Tchébychev d'ordre  $n$ . Les polynômes de Tchébychev sont définis par récurrence :

$$T_0(\Omega) = 1$$

$$T_1(\Omega) = \Omega$$

$$T_2(\Omega) = 2\Omega^2 - 1$$

$$T_{n+1}(\Omega) = 2\Omega \cdot T_n(\Omega) - T_{n-1}(\Omega)$$

On montre que :

$$T_n(\Omega) = \cos[n \cdot \text{Arccos}(\Omega)] \quad \Omega \leq 1$$

$$T_n(\Omega) = \text{ch}[n \cdot \text{Argch}(\Omega)] \quad \Omega > 1$$

Les fonctions de transfert des filtres de Tchébychev s'obtiennent comme précédemment en recherchant les racines à partie réelle négative de l'équation  $1 + \varepsilon^2 (T_n(\Omega))^{2n} = 0$  avec  $\Omega = -js$ .



La recherche des racines peut s'effectuer par des moyens informatiques. En pratique, la lecture de tables donne les fonctions de transmission normalisées ( $\frac{1}{H(s)}$ ) pour des ondulations maximales en bande passante de 0,1 dB, 0,5 dB ou 1 dB.

### Annexe

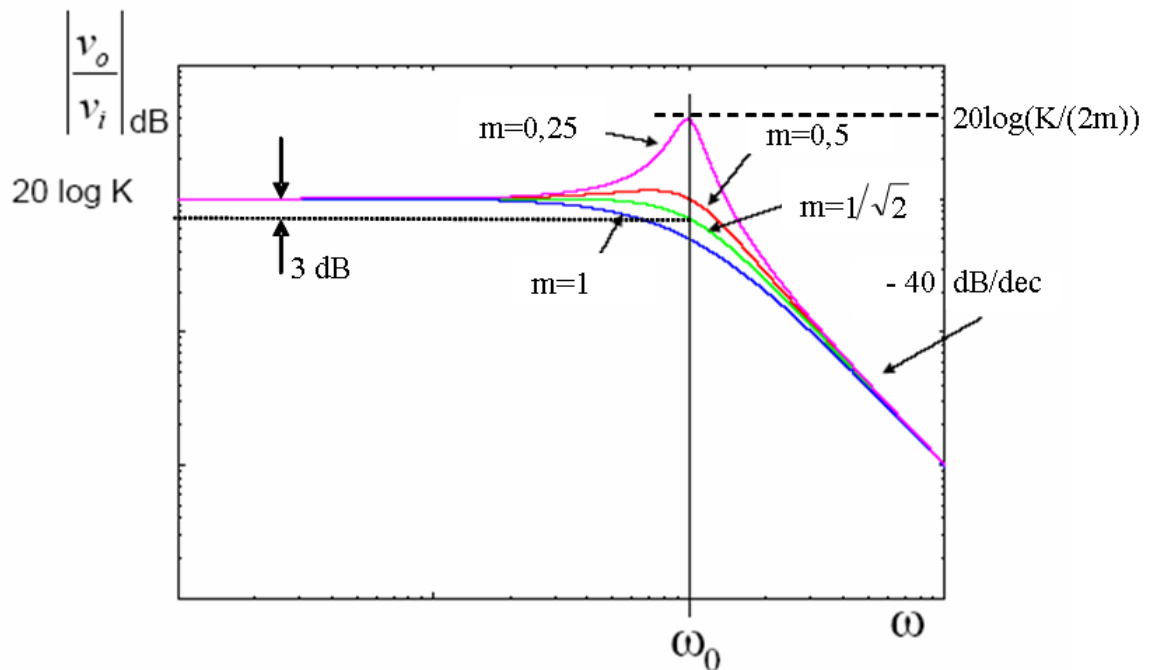
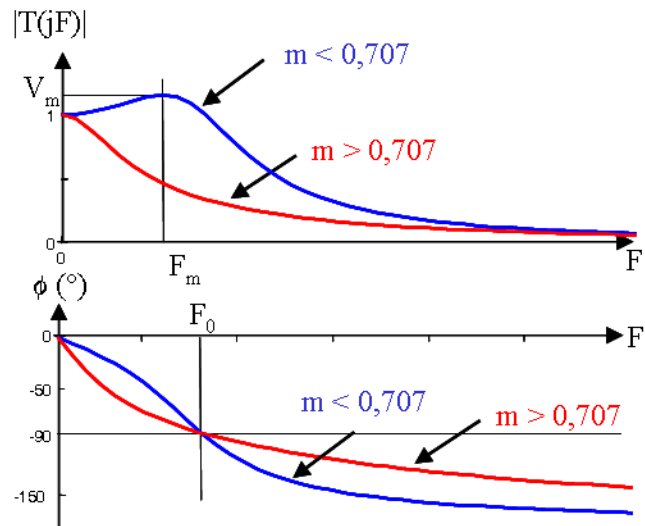
#### Caractéristiques d'un filtre passe-bas du second ordre

$$T(p) = \frac{1}{1 + 2m\left(\frac{p}{\omega_0}\right) + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

$m$  = coefficient d'amortissement

$$V_m = \frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}$$

$$F_m = F_0\sqrt{1-2m^2}$$



Fonctions de transmission et grandeurs de réglages de quelques filtres passe-bas de Butterworth (B1)

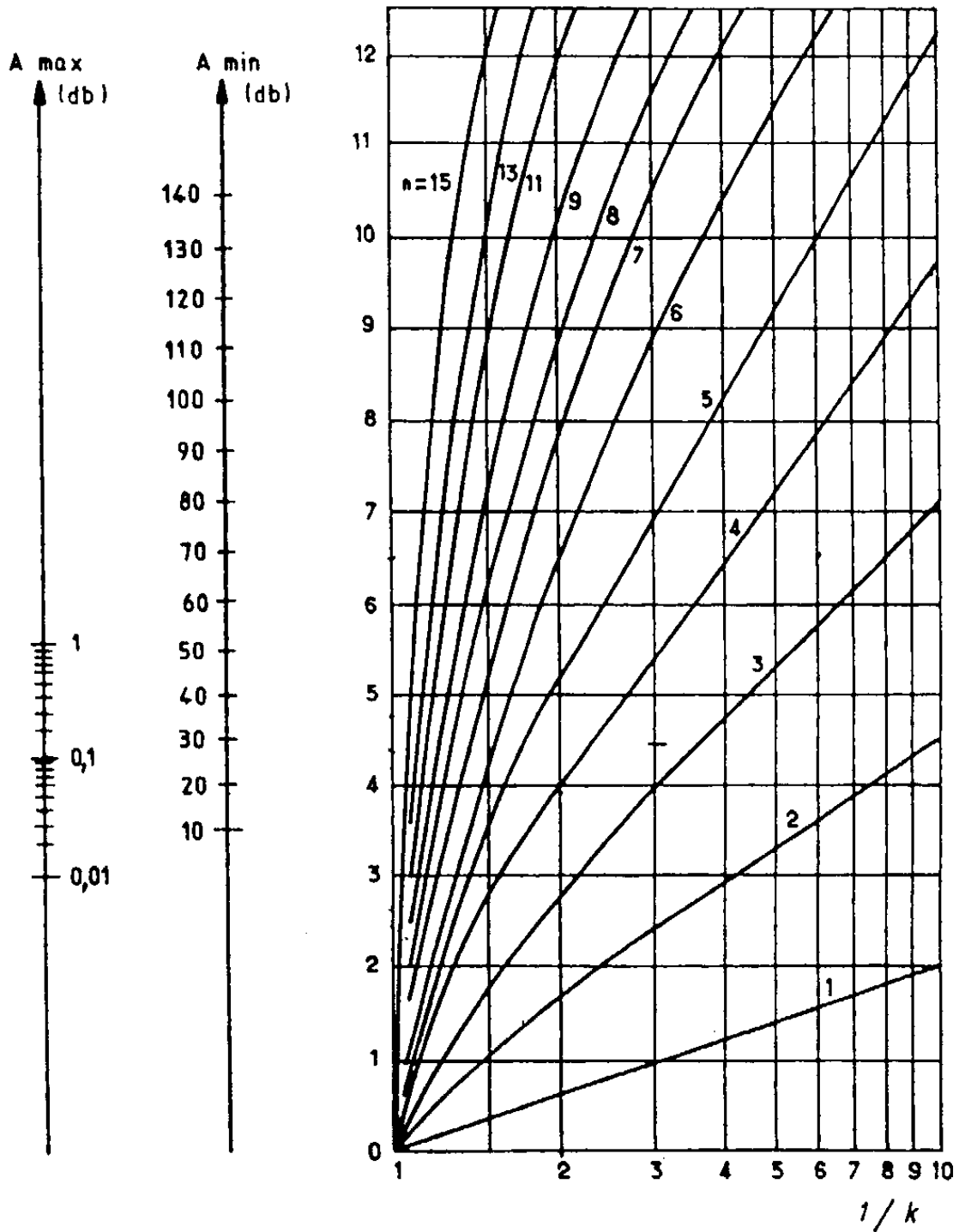
N	CIRCUIT	m	$V_m^{(2)}$	$F_m^{(2)}$	FONCTION DE TRANSMISSION (1/H(s))
2	1	0,7071	-	-	$(s^2 + 1,4142s + 1)$
3	1	0,5000	1,15	0,707	$(s^2 + 1,0000s + 1)$
	2	1,0000			$(s + 1)$
4	1	0,9238	-	-	$(s^2 + 1,8477s + 1)$
	2	0,3826	1,41	0,840	$(s^2 + 0,7653s + 1)$
5	1	0,8090	-	-	$(s^2 + 1,6180s + 1)$
	2	0,3090	1,70	0,899	$(s^2 + 0,6180s + 1)$
	3	1,0000			$(s + 1)$
6	1	0,9659	-	-	$(s^2 + 1,9318s + 1)$
	2	0,7071	-	-	$(s^2 + 1,4142s + 1)$
	3	0,2588	1,99	0,930	$(s^2 + 0,5176s + 1)$
7	1	0,9009	-	-	$(s^2 + 1,8019s + 1)$
	2	0,6234	1,02	0,471	$(s^2 + 1,2469s + 1)$
	3	0,2225	2,30	0,949	$(s^2 + 0,4450s + 1)$
	4	1,0000			$(s + 1)$

Fonctions de transmission et grandeurs de réglages de quelques filtre prototype passe-bas de Tchébychev (ondulation 1dB) (T1)

N	CIRCUIT	m	$V_m^{(2)}$	$F_m^{(2)}$	FONCTION DE TRANSMISSION (1/H(s))
2	1	0,4978	1,12	0,707	$(0,9070s^2 + 0,9956s + 1)$
3	1	0,2485	2,08	0,933	$(1,0058s^2 + 0,4970s + 1)$
	2	2,0235			$(2,023s + 1)$
4	1	0,1414	3,59	0,973	$(1,0136s^2 + 0,2828s + 1)$
	2	1,2056	1,01	0,228	$(3,5791s^2 + 2,4113s + 1)$
5	1	0,5455	1,49	0,565	$(2,3293s^2 + 1,0911s + 1)$
	2	0,0905	5,57	0,986	$(1,0118s^2 + 0,1810s + 1)$
	3	3,4543			$(3,454s + 1)$
6	1	1,8608	-	-	$(8,0188s^2 + 3,7217s + 1)$
	2	0,0627	8,01	0,991	$(1,0093s^2 + 0,1255s + 1)$
	3	0,3046	2,25	0,707	$(1,7930s^2 + 0,6092s + 1)$

<sup>2</sup>  $F_m$  représente la fréquence normalisée à la résonance et  $V_m$  la surtension à la résonance (d'après Bildstein), cf. définitions page 11.

L'ordre du filtre passe bas de Tchébychev peut être déterminé à l'aide de l'abaque donné page suivante.



**Abaque permettant de déterminer l'ordre  $n$  d'un filtre de Tchebyscheff lorsqu'on connaît sa sélectivité  $k$ , l'ondulation en bande passante :  $A_{max}$  et l'atténuation minimale en bande coupée :  $A_{min}$ .**

## Travaux Pratiques

### *Electronique pour la transmission de l'information*

#### **TP n°2 - Réalisation d'une boucle à verrouillage de phase à éléments discrets**

Une boucle à verrouillage de phase (Phase Locked Loop = PLL) est un système bouclé destiné à asservir la phase instantanée du signal de sortie  $\phi_s(t)$  sur la phase instantanée du signal d'entrée  $\phi_e(t)$  et donc à asservir aussi la fréquence du signal de sortie  $f_s(t)$  sur la fréquence du signal d'entrée  $f_e(t)$ . Un tel système est à la base d'innombrables circuits d'électronique : démodulation d'amplitude, de fréquence (FM et FSK), synthèse de fréquences, extraction d'un signal noyé dans du bruit, amplificateur lock-in, télécommunications ...

L'objectif de ce TP est la réalisation d'une boucle à verrouillage de phase à éléments discrets.

L'accent est mis sur le fonctionnement de l'oscillateur contrôlé en tension (OCT, VCO en anglais), qui est entièrement réalisé à partir de composants élémentaires (transistors bipolaires, condensateurs, et résistances). Il vous est demandé :

- lors de la préparation :
  - d'étudier le fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase, puis d'analyser en détail le fonctionnement de l'oscillateur proposé, et de l'oscillateur contrôlé en tension qui en résulte.
- lors de la séance :
  - d'étudier l'oscillateur commandé en tension, en comparant préparation / simulation sous PSPICE de la structure et manipulations,
  - de câbler puis caractériser le comparateur de phase en réalisant vous-même le déphaseur,
  - de caractériser la boucle à verrouillage de phase réalisée à partir du VCO précédemment étudié et du comparateur de phase à "ou exclusif" (XOR).

## A. Préparation

### I. Etude de la boucle à verrouillage de phase

#### I.1 Mise sous forme de schéma blocs

Puisque les grandeurs que l'on asservit sont les phases des signaux d'entrée et de sortie on préfère décrire le système bouclé par un schéma dont les grandeurs d'entrée et de sortie sont les phases  $\phi_e(t)$  et  $\phi_s(t)$  des signaux d'entrée  $v_e(t)$  et de sortie  $v_s(t)$  ou bien encore leurs pulsations.

Le schéma de principe d'une PLL est représenté ci-dessous :

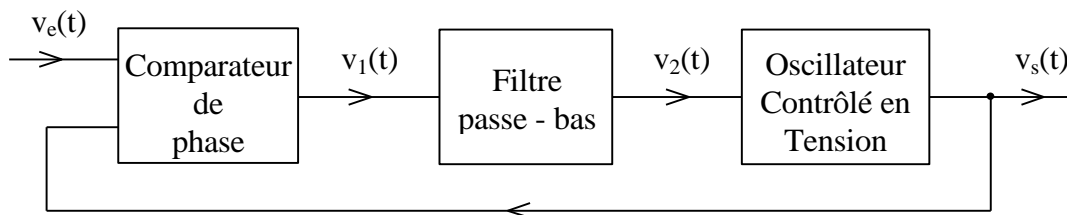


Schéma de principe d'une PLL

A partir des définitions et des notations rappelées dans les notes de cours (cf. fin du polycopié), montrer que ce schéma de principe peut être mis, dans l'espace de Laplace, sous la forme suivante :

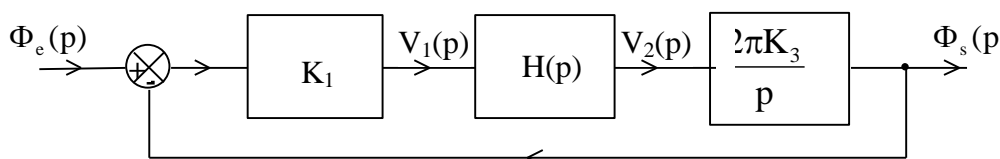


Figure 1. Schéma bloc

où  $K_1$  représente le gain du comparateur de phase et  $K_3$  représente le gain de l'oscillateur contrôlé en tension. En déduire, dans l'espace de Laplace, le schéma bloc dont les grandeurs d'entrée et de sortie sont les fréquences des signaux  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ .

#### I.2 Etude complète de la boucle à verrouillage de phase

On fait l'hypothèse que la boucle s'accroche et on veut prévoir le comportement du système.

On suppose que le filtre est un filtre passe-bas d'ordre 1 tel que  $H(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$ .

##### I.2.1 Etude de la stabilité

Calculer les fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée de la boucle à verrouillage de phase. Sachant que  $K_3$  est négatif et que  $K_1$  est positif autour de  $\pi/2$  et négatif autour de  $-\pi/2$  (cf. II.1), tracer le diagramme de Bode du gain en boucle ouverte puis déterminer le point d'équilibre de la boucle à verrouillage de phase. Tracer les tensions  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ .

##### I.2.2 Etude du régime établi

Déterminer le comportement du système vis à vis de la phase en calculant l'erreur de traînage (réponse à une rampe) et vis à vis de la fréquence en calculant l'erreur de position (réponse à un échelon). On rappelle le théorème de la valeur finale :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.E(p)$ .

Justifier le fait que la réponse à un échelon en fréquence correspond aussi à la réponse à une rampe en phase. (on tiendra compte du fait que  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$ ). Que peut-on en conclure ?

### I.2.3 Etude du comportement dynamique (régime transitoire)

Les gains du comparateur de phase et de l'oscillateur contrôlé en tension ont été mesurés :  $|K_1| = 5/\pi \text{ V.rad}^{-1}.\text{s}$  et  $|K_3| = 20,7 \text{ kHz.V}^{-1}$ . Déterminer les paramètres caractéristiques de la boucle fermée (amortissement et pulsation propre) dans le cas où la fréquence de coupure du filtre vaut 5 kHz puis 1 kHz. Que peut-on en conclure ?

## II. Etude des différents blocs

### II.1 Le comparateur de phase OU EXCLUSIF

Dans ce TP, le comparateur de phase est réalisé à l'aide d'un OU EXCLUSIF (XOR), comme illustré par la figure 2. Rappeler la table de vérité d'une telle porte puis déterminer la pente  $K_1$  du comparateur de phase. Pour cela calculer la valeur moyenne de la tension de sortie du comparateur en fonction du déphasage  $\varphi$  entre  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  d'une part et de la tension d'alimentation  $V_{DD}$  du XOR d'autre part. On considérera que  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  sont des signaux en créneau (entre 0 et  $V_{DD}$ ) et de même pulsation  $\omega$ .

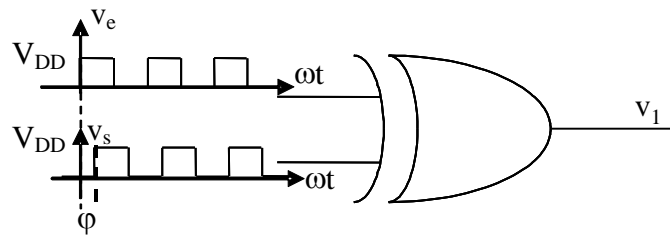


Figure 2. Comparateur à OU EXCLUSIF

Pour pouvoir mesurer la caractéristique du comparateur de phase, il est nécessaire de disposer d'un déphaseur "numérique". On propose le schéma suivant :

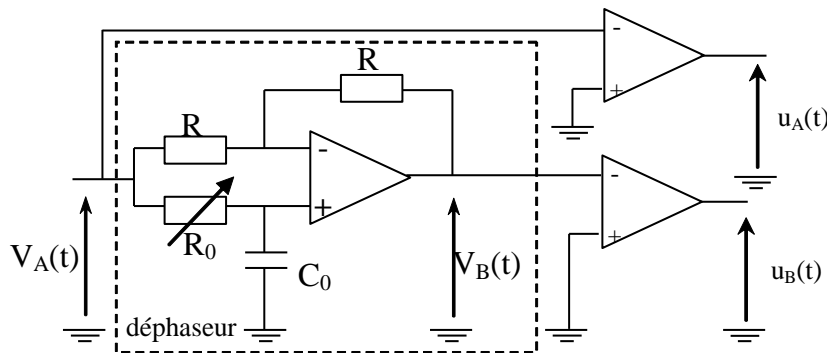


Figure 3. Déphaseur "numérique".

Le bloc qui transforme  $V_A(t)$  en  $V_B(t)$  utilise un amplificateur opérationnel supposé idéal, tandis que les signaux  $u_A(t)$  et  $u_B(t)$  sont issus de comparateurs.

Montrer qu'avec ce montage il est possible de déphaser le signal  $V_B(t)$  par rapport au signal  $V_A(t)$ , le déphasage pouvant varier de 0 à 180°. Pour ce faire, on calculera la fonction de transfert du bloc déphaseur. Pourquoi est-il nécessaire d'utiliser deux comparateurs ?

## II.2 Le filtre

On se propose d'étudier le filtre passe-bas ci dessous :

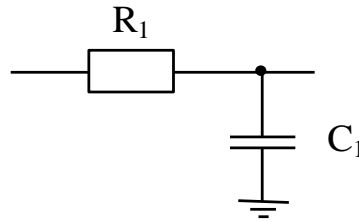


Figure 4. Schéma du filtre

Calculer la fonction de transfert correspondante et tracer le diagramme de Bode.

Justifier le rôle du filtre passe-bas dans le montage. Que donne l'association du OU EXCLUSIF et du filtre passe-bas ?

Sachant que  $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$ , quelle valeur de capacité faut-il choisir pour obtenir une fréquence de coupure égale à 5 kHz ? De même si la fréquence de coupure est portée à 1 kHz.

## II.3 L'oscillateur contrôlé en tension

L'oscillateur contrôlé en tension qui va être étudié découle de plusieurs améliorations apportées à un oscillateur à relaxation de base : l'oscillateur d'Abraham et Bloch. Pour bien comprendre le fonctionnement de l'oscillateur contrôlé en tension, il est nécessaire d'étudier tout d'abord l'oscillateur à relaxation associé.

### II.3.1 L'oscillateur d'Abraham et Bloch

On considère le montage suivant où les transistors  $T_1$  et  $T_2$  sont supposés identiques (gain en courant  $\beta = 200$ ). On supposera de plus que dans leur état saturé la tension base-émetteur est fixée à  $V_\delta = 0,7 \text{ V}$  et la tension collecteur-émetteur à  $V_{CE}^{\text{sat}} = 0 \text{ V}$ . Le circuit est alimenté sous  $V_{CC} = 5 \text{ V}$ , les valeurs des composants passifs utilisés sont les suivantes :  $C_1 = C_2 = 1 \text{ nF}$ ,  $R_{C1} = R_{C2} = 680 \Omega$ ,  $R_{B1} = R_{B2} = 15 \text{ k}\Omega$ .

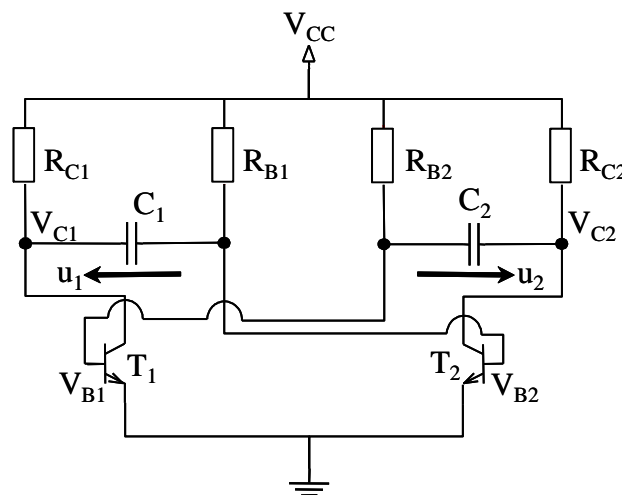


Figure 5. Oscillateur d'Abraham et Bloch

#### II.3.1.1. Analyse qualitative

Dans un premier temps, on considère les capacités  $C_1$  et  $C_2$  non connectées.

- Exprimer les courants de collecteur  $I_{C1}$  et  $I_{C2}$  puis les courants de base  $I_{B1}$  et  $I_{B2}$ . Quelle condition doivent satisfaire les couples de résistances  $(R_{B1}, R_{C2})$  et  $(R_{B2}, R_{C1})$  pour que les transistors

fonctionnent en régime de saturation ? Conclusion : qu'en est-il compte tenu des valeurs de  $R_{B1}$ ,  $R_{B2}$ ,  $R_{C1}$  et  $R_{C2}$  ?

On étudie désormais le schéma de la figure 5. Au moment de la mise sous tension du circuit, les capacités  $C_1$  et  $C_2$ , initialement déchargées, se chargent rapidement via les résistances  $R_{C1}$  et  $R_{C2}$  et les jonctions base-émetteur des transistors. Les transistors  $T_1$  et  $T_2$  tendent très rapidement vers la saturation. L'un des deux transistors sature avant l'autre. Supposons qu'il s'agisse de  $T_2$ .

- Quel est le signe des tensions  $u_1$  et  $u_2$  ?
- Quelle en est la conséquence pour  $T_1$  ? Quelles sont alors approximativement les valeurs de  $V_{C1}$  et de  $V_{C2}$  ?
- Le transistor  $T_1$  reste-t-il indéfiniment dans le même état et pourquoi ?
- Dédurre de tout ce qui précède le fonctionnement approché du montage.

### II.3.1.2. Analyse détaillée

L'analyse qualitative a permis de montrer que les transistors  $T_1$  et  $T_2$  fonctionnent alternativement en saturé-bloqué et que les signaux de sortie  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  ont une amplitude qui varie entre 0 V et  $V_{CC}$ . On cherche dans cette partie à établir les formes d'onde temporelles des différents signaux, et à exprimer la fréquence d'oscillation du montage.

- De façon à simplifier l'analyse du montage, justifier l'approximation suivante : les courants de base sont négligeables devant les autres courants mis en jeu lorsque les transistors fonctionnent dans leur état bloqué.

Par la suite on suppose donc que  $I_{B1}^{\text{bloqué}} = I_{B2}^{\text{bloqué}} = 0$  A et  $V_{CE1}^{\text{sat}} = V_{CE2}^{\text{sat}} = 0$  V. Les conditions initiales ( $t = 0$ ) sont les suivantes :  $V_{C1} = 0$  V,  $u_1 = -V_{\delta}$ ,  $V_{B1} = -V_{CC} + V_{\delta}$ ,  $V_{C2} = 0$  V,  $u_2 = V_{CC} - V_{\delta}$ ,  $V_{B2} = V_{\delta}$ .

- Dans quel état sont les transistors  $T_1$  et  $T_2$  ? Justifier votre réponse.
- Donner la relation qui lie  $V_{C1}$ ,  $u_1$ ,  $V_{B2}$  et celle qui lie  $V_{C2}$ ,  $u_2$ ,  $V_{B1}$ .
- Ecrire l'équation différentielle régissant l'évolution de  $u_2$  pour  $t > 0$ , puis la résoudre. En déduire les tensions  $u_1$ ,  $V_{B1}$ ,  $V_{B2}$ ,  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  pour  $t > 0$ .
- A quel instant  $\tau_0$  le transistor  $T_1$  passe-t-il du régime bloqué au régime saturé ? Exprimer  $\tau_0$  en fonction de  $R_{B1}$ ,  $C_1$ ,  $V_{CC}$ , et  $V_{\delta}$  et procéder à l'application numérique.
- Tracer sur l'Annexe 1 les formes d'onde des tensions  $V_{C1}$ ,  $u_1$ ,  $V_{B2}$ ,  $V_{C2}$ ,  $u_2$  et  $V_{B1}$ .
- Quelle est ou quelles sont les grandeurs continues au moment de la transition ?
- En utilisant la symétrie du montage, déterminer l'évolution de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $V_{B1}$ ,  $V_{B2}$ ,  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  jusqu'au nouveau changement de régime à l'instant  $t = (\tau_0 + \tau_1)$ . Tracer les formes d'onde ainsi obtenues sur l'Annexe 1 entre  $\tau_0$  et  $\tau_1$ .
- Justifier a posteriori les conditions initiales.
- Quelle est la fréquence  $f_0$  d'oscillation du montage ? Faire l'application numérique.

### II.3.2 L'oscillateur d'Abraham et Bloch avec circuits de mise en forme

- Quel inconvénient présente la structure précédente du point de vue des formes d'onde de  $V_{C1}$  et de  $V_{C2}$  ? Que faudrait-il faire pour y remédier ?

On propose alors le schéma de la figure 6 dans lequel on a inséré deux circuits de mise en forme ( $R_{CB1} = R_{CB2} = 1,8$  k $\Omega$ ) :



Circuits de mise en forme

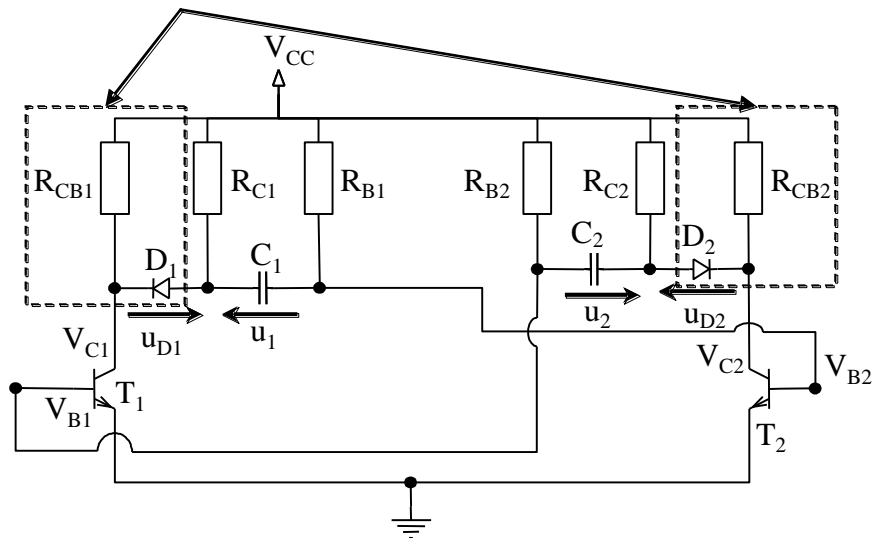


Figure 6. Oscillateur d'Abraham et Bloch avec circuits de mise en forme

- Expliquer pourquoi l'introduction d'une diode sur le collecteur de chaque transistor permet d'obtenir une amélioration notable des formes d'onde (les sorties sont toujours prélevées aux collecteurs des deux transistors bipolaires).

### II.3.3 L'oscillateur contrôlé en tension

L'analyse menée aux paragraphes II.3.1 et II.3.2 a montré que la fréquence d'oscillation est directement liée à la vitesse de charge de la capacité  $C_1 = C_2$ . Jusqu'à présent, cette charge s'effectue au travers de la résistance  $R_{B1} = R_{B2}$ . Il apparaît donc la possibilité de réaliser un oscillateur contrôlé en tension (VCO) en contrôlant ce courant de charge par une source de courant commandée en tension. Cette partie a pour but d'analyser cette possibilité.

- On considère le montage présenté sur la figure 7.

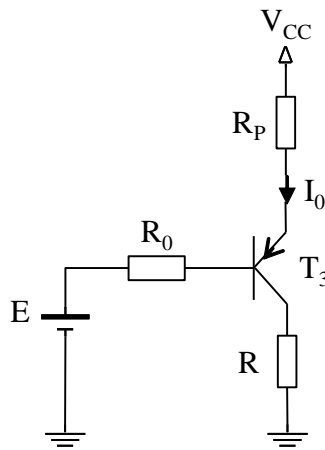


Figure 7. Source de courant débitant dans une charge R

- Calculer le courant  $I_0$  en fonction de la tension de commande E et des autres éléments du montage.
- Montrer que ce montage réalise bien une source de courant contrôlée en tension.
- Quelle est la plage de variation possible de E sachant que l'oscillateur contrôlé en tension ainsi réalisé est utilisé dans une boucle à verrouillage de phase alimentée en 5 V ?

La structure de la figure 7 est insérée dans le montage à la place de chacune des résistances  $R_{B1}$  et  $R_{B2}$ . Les valeurs des composants utilisés pour réaliser la source de courant sont  $R_{P1} = R_{P2} = 5,6 \text{ k}\Omega$  et  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$ . Le montage complet du VCO ainsi obtenu est représenté sur la figure 8 :

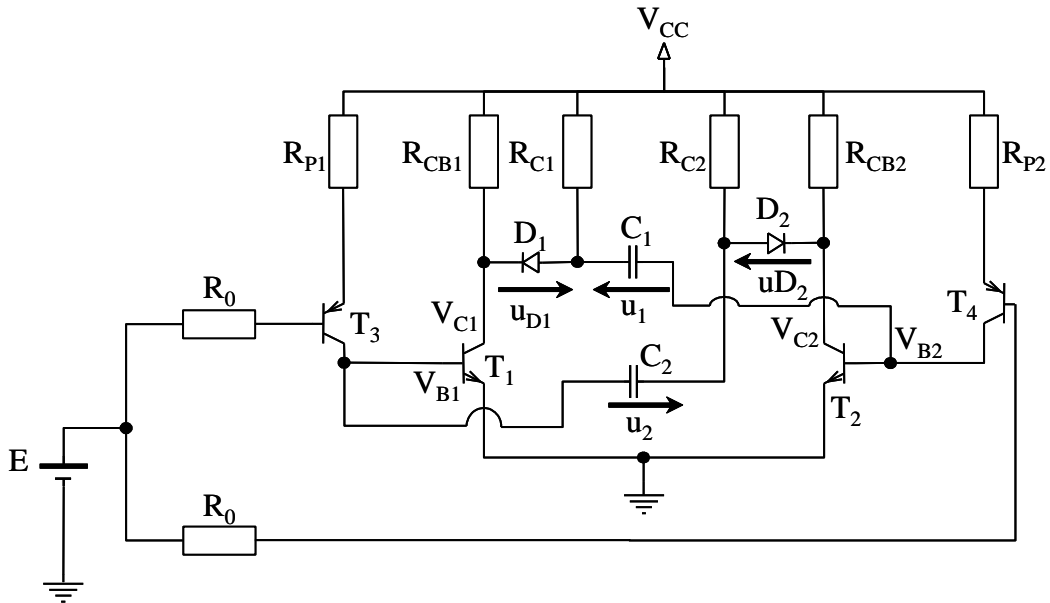


Figure 8. Oscillateur contrôlé en tension

On mène une étude analogue à celle du paragraphe précédent afin d'établir les différentes formes d'onde et la loi de variation de la fréquence d'oscillation en fonction de la tension de commande  $E$ . On se place donc en régime permanent et on effectue l'étude sur une demi-période. On suppose la capacité  $C_1$  déchargée ( $u_1 = 0 \text{ V}$ ), la capacité  $C_2$  chargée sous la tension  $u_2 = V_{CC} - V_\delta$ , le transistor  $T_1$  et la diode  $D_1$  bloqués ( $u_{D1} = V_\delta - V_{CC}$ ), le transistor  $T_2$  saturé et la diode  $D_2$  passante ( $u_{D2} = V_\delta$ ).

- Ecrire l'équation différentielle qui régit la tension  $u_2$  et la résoudre. En déduire la tension  $V_{B1}$ .
- A quel instant  $\tau_1$  le transistor  $T_1$  passe-t-il de l'état bloqué à l'état saturé ? Exprimer  $\tau_1$  en fonction de  $C_2$ ,  $V_{CC}$ ,  $V_\delta$  et  $I_0$ .
- Montrer alors que lorsque le montage est symétrique ( $R_{P1} = R_{P2} = R_P$  et  $C_1 = C_2 = C$ ), la fréquence des oscillations suit la loi suivante :

$$f_0 = \frac{V_{CC} - V_\delta - E}{2R_P C (V_{CC} - V_\delta)}$$

- Tracer la loi de variation de la fréquence  $f_0$  pour  $E \in [0, E_{\max}]$ , la valeur de  $E_{\max}$  étant à préciser. Ce type de VCO présente-t-il un intérêt pour la réalisation d'une boucle à verrouillage de phase ? Quelle plage de fréquence peut-on finalement couvrir ? En déduire la sensibilité  $K_3$  du VCO. Faire l'application numérique.

## B. Expérimentation

### I. Etude de l'oscillateur contrôlé en tension

#### I.1 L'oscillateur d'Abraham et Bloch

Pour mettre en évidence clairement le fait que les transistors fonctionnent en mode saturé-bloqué, câbler tout d'abord le montage de la figure 5 sans connecter les capacités. Mesurer tensions base-émetteur et base-collecteur des transistors. Conclure.

Connecter ensuite les capacités  $C_1$  et  $C_2$  et vérifier que l'oscillateur fonctionne.

L'ensemble des simulations est effectué à partir d'un logiciel de type PSPICE.

- Lancer le logiciel mis à votre disposition pour effectuer les simulations. Charger alors le fichier oscillateur\_1.opj situé dans le répertoire spécifié par l'enseignant lors de la séance.
- Procéder à la simulation du montage. Pourquoi l'oscillateur ne "démontre"-t-il pas ? Comment y remédier ?
- Relever les formes d'onde de  $V_{B1}$ ,  $V_{B2}$ ,  $V_{C1}$ , et  $V_{C2}$ . Mesurer le temps de montée à 90% de  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  et la fréquence des oscillations à l'aide des outils du logiciel.
- Comparer précisément préparation / simulation sur tous ces points.

#### I.2 L'oscillateur d'Abraham et Bloch avec circuits de mise en forme

- Charger le fichier oscillateur\_2.opj situé dans le répertoire spécifié par l'enseignant lors de la séance puis procéder à la simulation du montage. Relever les formes d'onde de  $V_{B1}$ ,  $V_{B2}$ ,  $V_{C1}$ , et  $V_{C2}$  et la fréquence des oscillations. Conclusion ?
- Vérifier que les tensions  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  obtenues en pratique sont bien des tensions créneaux d'amplitude 5V et de valeur moyenne 2,5 V.

#### I.3 L'oscillateur contrôlé en tension

- Charger le fichier VCO.opj situé dans le répertoire spécifié par l'enseignant lors de la séance puis effectuer la simulation sous PSPICE de l'oscillateur contrôlé en tension. Relever tout d'abord les formes d'onde pour une tension  $E$  fixée à préciser.
- Relever la caractéristique fréquence / tension du VCO en utilisant la possibilité offerte par la simulation "paramétrique". En déduire le gain du VCO (appelé aussi sensibilité).

Une maquette est mise à votre disposition pour l'étude du VCO puis de la boucle à verrouillage de phase.

- Appliquer une tension constante  $E$  à l'entrée du VCO (relier  $E$  à  $C$ ). Commenter les formes d'onde et relever précisément la caractéristique expérimentale fréquence / tension. Mesurer la sensibilité du VCO. Comparer à la simulation et à la préparation.
- Quelle est la fréquence  $f_m$  du VCO correspondant à la moitié de la tension d'alimentation ?

### II. Etude du comparateur de phase OU EXCLUSIF (facultatif)

- Procéder au câblage du circuit de la figure 3 en prenant  $R = 10\text{ k}\Omega$ ,  $C = 22\text{ nF}$  et un potentiomètre d'une valeur de  $2\text{ k}\Omega$ . L'amplificateur opérationnel utilisé est un TL081 et les comparateurs ont la référence LM319. Le brochage de ces deux composants est donné ci-dessous. Les composants actifs seront alimentés en  $\pm 5\text{ V}$ .

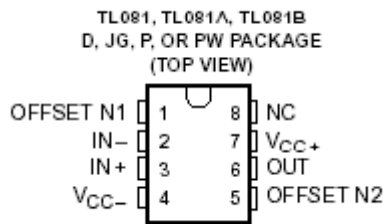


Figure 9.a. Brochage du TL081

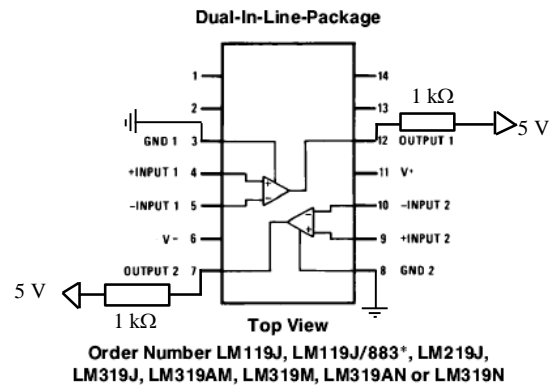


Figure 9.b. Brochage du LM319

Vérifier le bon fonctionnement du déphaseur numérique en imposant une tension en  $V_A$  sinusoïdale d'amplitude 4 V crête à crête et de fréquence 55 kHz.

- Appliquer aux entrées  $e_1$  et  $e_2$  de la porte OU EXCLUSIF, les signaux  $u_A(t)$  et  $u_B(t)$ . Observer le signal de sortie au point s. Relever la courbe donnant la tension moyenne en sortie de la porte OU EXCLUSIF en fonction du déphasage entre les deux tensions d'entrée (pour cela on mesurera la valeur moyenne de  $v_1(t)$  à l'oscilloscope). Conclusion ? En déduire la valeur de  $K_1$ .

### III. Boucle à verrouillage de phase

#### III.1 Etude de l'asservissement en fréquence

- Effectuer le câblage de la boucle à verrouillage de phase en choisissant comme fréquence de coupure  $f_c = 5$  kHz pour le filtre (relier s à A, B à C et  $V_{C1}$  à  $e_2$ ). Brancher en entrée de la boucle à verrouillage de phase un signal TTL de fréquence variable, puis chercher à obtenir l'accrochage de la boucle en se plaçant au voisinage de la fréquence  $f_m$  du VCO.
- Evaluer les plages de verrouillage et de capture.
- Faire varier la fréquence entre les bornes extrêmes de la plage de verrouillage, et observer simultanément le signal issu du générateur BF et le signal de sortie de la boucle à verrouillage de phase. Vous observerez aussi le signal à l'entrée du VCO. Compte tenu de ce que l'on peut observer au voisinage des deux fréquences extrêmes, quels sont les phénomènes responsables du décrochage de la boucle de part et d'autre ?

#### III.2 Influence du filtre

- Changer la fréquence de coupure du filtre ( $f_c = 1$  kHz) et caractériser de nouveau l'asservissement en fréquence. Conclusion ?
- Etudier l'influence de la fréquence de coupure du filtre passe-bas sur les plages de verrouillage et de capture. Soit  $\Delta f_L$  la largeur de la plage de capture, tracer  $(\Delta f_L)^2$  en fonction de  $f_c$  pour trois ou quatre valeurs de  $f_c$  avec  $f_c \leq 5$  kHz.
- Que peut-on dire de la relation qui existe entre la largeur de la plage de capture et la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre ?

## Notes de cours : étude d'une boucle à verrouillage de phase

### I. Eléments d'une boucle à verrouillage de phase

Une boucle à verrouillage de phase peut être décomposée en trois parties comme l'indique la figure ci dessous :

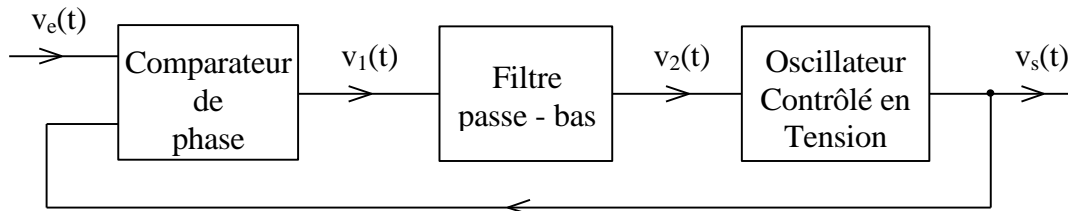


Schéma de principe d'une PLL

On rappelle que la pulsation et la fréquence instantanées d'un signal sont définies par :

$$\omega_i(t) = 2\pi f_i(t) = \frac{d\phi_i(t)}{dt},$$

ou bien dans l'espace de Laplace par :

$$\Omega_i(p) = 2\pi F_i(p) = p\Phi_i(p).$$

Le comparateur de phase délivre en sortie une tension, notée ici  $v_1(t)$  qui dépend de la différence entre les phases instantanées des signaux d'entrée  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ . Si le comparateur de phase est linéaire on peut alors écrire :

$$v_1(t) = K_1 \cdot [\phi_e(t) - \phi_s(t)].$$

Le filtre passe-bas est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)}.$$

L'oscillateur contrôlé en tension délivre en sortie un signal  $v_s(t)$  dont la fréquence dépend de la tension d'entrée ; s'il est linéaire et centré sur une fréquence  $f_0$  :

$$f_s(t) = f_0 + K_3 \cdot v_2(t).$$

Le coefficient  $K_3$  est appelé aussi la pente du VCO.

### II. Fonctionnement qualitatif

Le but d'une boucle à verrouillage de phase étant d'asservir la phase instantanée  $\phi_s(t)$  du signal de sortie  $v_s(t)$  de l'oscillateur commandé en tension (VCO) à la phase instantanée  $\phi_e(t)$  du signal d'entrée  $v_e(t)$ , il faut pouvoir agir sur la tension de commande  $v_2(t)$  du VCO.

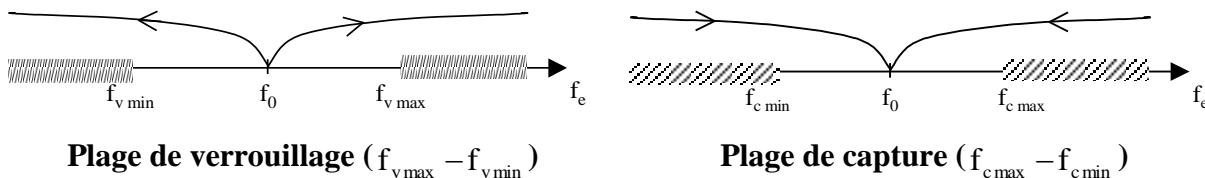
On suppose tout d'abord la boucle verrouillée ( $f_s = f_e = f_0$  par exemple). Le comparateur de phase suivi du filtre passe-bas fournit alors un signal  $v_2(t)$  continu. Supposons que la pente  $K_3$  du VCO soit positive. Si la fréquence  $f_e$  du signal d'entrée augmente (ou diminue), la tension de commande du VCO doit augmenter (ou diminuer) de façon à ce que  $f_s(t)$  suive  $f_e(t)$  ou encore  $\phi_s(t)$  suive  $\phi_e(t)$ . Si une non-linéarité apparaît dans le circuit, due soit à la caractéristique du VCO soit à celle

du comparateur de phase, alors la boucle se déverrouille. La plage de fréquence pour laquelle la boucle reste verrouillée est appelée **plage de verrouillage** ou **plage de maintien**.

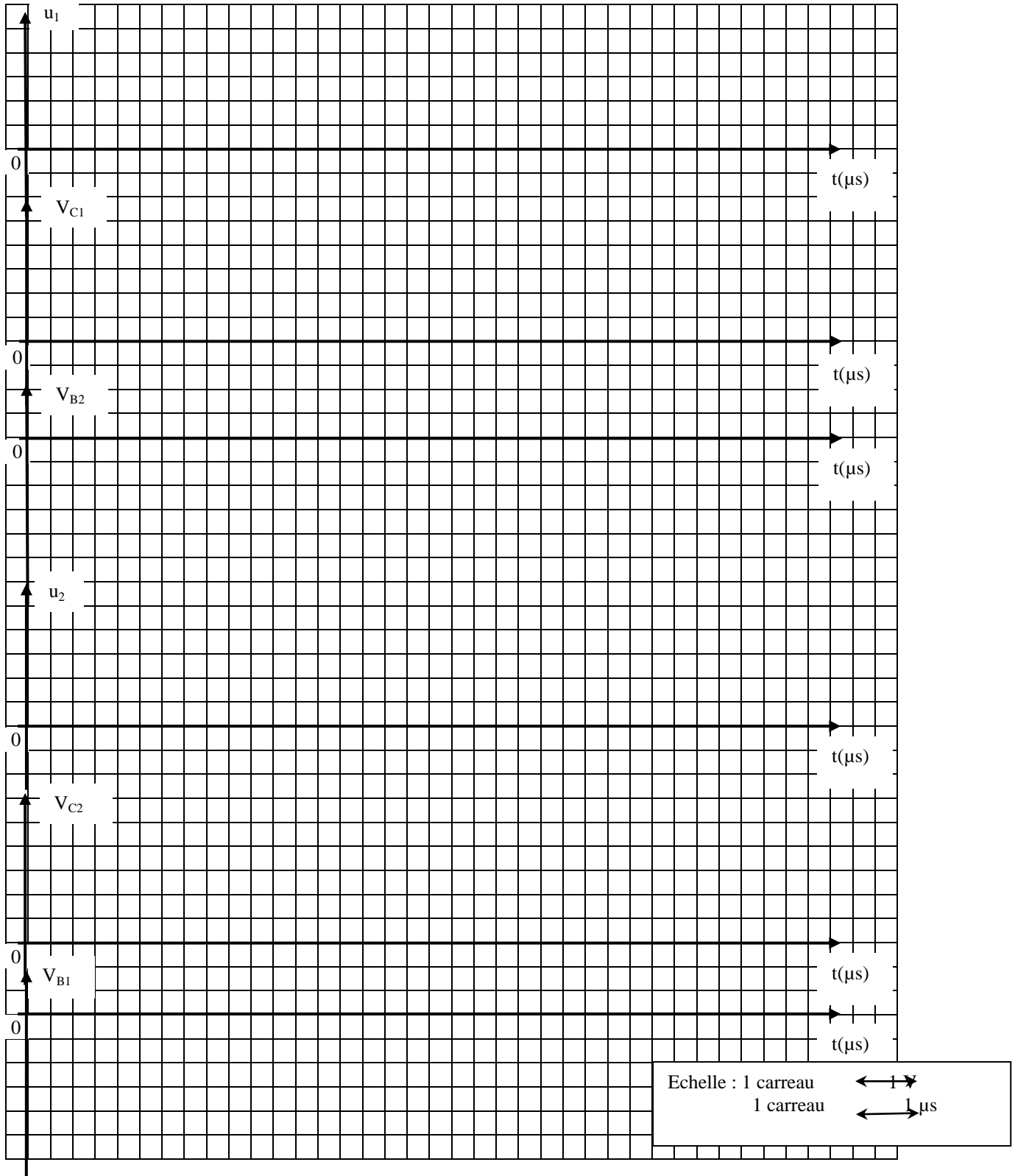
Lorsque la boucle à verrouillage de phase est déverrouillée ( $f_s \neq f_e$  et  $f_s = f_0$ ), la composante basse fréquence du signal de sortie du comparateur de phase ( $v_1(t)$ ) est à la fréquence  $|f_e - f_s|$ , fréquence située dans la bande atténuée du filtre passe-bas. La tension  $v_2(t)$  est donc très faible et la fréquence  $f_s$  du signal de sortie varie peu de part et d'autre de  $f_0$ . Lorsqu'on rapproche la fréquence d'entrée de la fréquence centrale du VCO, l'amplitude de la composante basse fréquence de  $v_2(t)$  augmente et modifie de manière significative la fréquence d'oscillation du VCO. Il existe donc deux valeurs de  $f_e$  ( $f_{c\min} < f_0$  et  $f_{c\max} > f_0$ ) pour lesquelles  $f_s(t) = f_e$  : la boucle se verrouille alors de nouveau spontanément. On définit la **plage de capture** comme étant l'écart entre les fréquences  $f_{c\min}$  et  $f_{c\max}$  pour lesquelles la boucle s'accroche, la boucle étant initialement déverrouillée.

**Il est à noter que la plage de capture est toujours contenue dans la plage de verrouillage**  
 ( $f_{c\max} - f_{c\min} \leq f_{v\max} - f_{v\min}$ ).

En résumé :



# ANNEXE 1



## Travaux Pratiques

### *Electronique pour la transmission de l'information*

#### **TP n°3 – Modulation et démodulation d'amplitude**

Le but de ce TP est de mettre en évidence les principales propriétés de la modulation et de la démodulation d'amplitude. Il s'agira notamment de caractériser une onde modulée en amplitude à porteuse conservée ou supprimée et d'étudier deux techniques de démodulation. Par ailleurs, en intercalant un circuit modélisant le canal de propagation entre le modulateur d'amplitude et un circuit de détection synchrone, nous pourrons étudier l'effet sur la démodulation synchrone de l'addition d'un bruit au signal modulé.

### **A. Préparation**

La transmission d'un signal informatif  $s_{\text{inf}}(t)$ , de spectre borné  $[F_{\text{min}}, F_{\text{max}}]$ , dans un canal (milieu dispersif), fait appel aux techniques de modulation et de démodulation d'une onde porteuse  $p(t) = S_p \cos(\omega_0 t)$  de fréquence  $f_0$  ( $\omega_0 = 2\pi f_0$ ) élevée par rapport à  $F_{\text{max}}$ . Afin de transporter le signal informatif on peut en moduler soit l'amplitude, soit la fréquence, soit la phase. Il s'agit alors respectivement des modulations d'amplitude, de fréquence et de phase (ou modulation angulaire pour les deux derniers cas). On s'intéresse ici au cas de la modulation d'amplitude.

### **I. La modulation d'amplitude**

#### **1. Définitions**

Parmi les méthodes de modulation d'amplitude on distingue la modulation à double bande latérale à porteuse conservée (D.B.P.C.) et la modulation à double bande latérale à porteuse supprimée (D.B.P.S.). Les expressions de ces deux types de signaux modulés en amplitudes sont les suivantes :

$$\text{D.B.P.C. : } s(t) = S_p [1 + k \cdot s_{\text{inf}}(t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$\text{D.B.P.S. : } s(t) = S_p [k \cdot s_{\text{inf}}(t)] \cos(\omega_0 t).$$

Considérons le cas particulier d'un signal modulant sinusoïdal de fréquence  $F$  (pulsation  $\Omega = 2\pi F$ , avec  $\omega_0 \gg \Omega$ ). Ce signal peut s'écrire :

$$s_{\text{inf}}(t) = S_m \cos(\Omega t)$$

En définissant le taux de modulation  $m$  par  $m = k S_m$  il vient :

$$\text{D.B.P.C. : } s(t) = S_p [1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t),$$

$$\text{D.B.P.S. : } s(t) = S_p [m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t).$$

#### **2. Caractéristiques d'une onde module en amplitude**

##### **2.1. Analyse temporelle**



On visualise sur un oscilloscope à double voie les signaux  $s(t)$  et  $s_{\text{inf}}(t)$ , l'oscilloscope étant synchronisé sur le signal basse fréquence. Représenter les signaux obtenus pour les deux types de modulation : D.B.P.C. (dans le cas où  $m < 1$  et  $m > 1$ ) et D.B.P.S.

### 2.2. Analyse spectrale

Dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal, décomposer le signal modulé en une somme de termes sinusoïdaux fonction du temps. Montrer à partir de l'expression obtenue que le spectre de chacun des signaux est composé de deux raies latérales symétriques par rapport à une raie centrale. Préciser l'amplitude de ces raies.

Représenter les formes spectrales obtenues pour les deux types de modulation D.B.P.C et D.B.P.S. Expliquer comment l'utilisation d'un analyseur de spectre permet d'identifier le type de modulation et de mesurer l'encombrement spectral du signal modulé.

### 2.3. Mesure du taux de modulation $m$

On peut envisager trois méthodes de mesure du taux de modulation.

- *Analyse spectrale*

D'après l'étude demandée au paragraphe précédent et dans le cas de la modulation à porteuse conservée, déterminer l'expression du taux de modulation en fonction des amplitudes des signaux observés à l'analyseur de spectre

- *Visualisation de l'onde modulée en amplitude*

D'après les tracés effectués à la question 2.1, déterminer l'expression du taux de modulation en fonction des amplitudes des signaux observés en temporel dans le cas de la modulation à porteuse conservée.

- *Méthode du trapèze*

On utilise l'oscilloscope en mode X-Y et on observe les traces de l'onde modulée  $s(t)$  en fonction du signal modulant  $s_{\text{inf}}(t)$ .

Représenter les tracés obtenus pour les deux types de modulation (D.B.P.C. et D.B.P.S.). Quelle information supplémentaire cette méthode apporte-t-elle par rapport à la méthode précédente ? Justifier votre réponse.

Déterminer l'expression du taux de modulation en fonction des amplitudes des signaux observés dans le cas de la modulation à porteuse conservée.

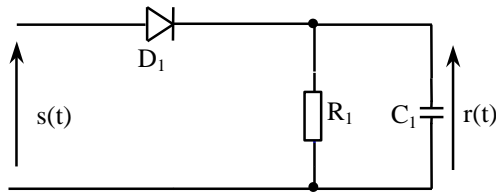
## II. Techniques de démodulation d'amplitude

Le but de la démodulation d'amplitude est d'extraire le signal informatif basse fréquence (BF) contenu dans l'onde modulée en amplitude.

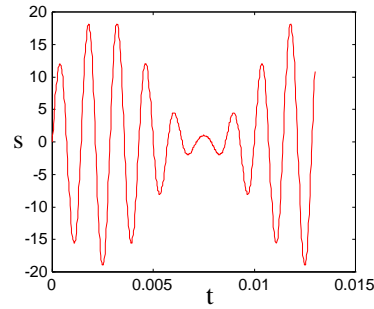
### 1. Démodulation par détection d'enveloppe et filtrage

Dans le cas d'une modulation à porteuse conservée et pour un taux de modulation  $m < 1$ , l'information est contenue dans l'enveloppe du signal. Dans ce cas, il est naturel de s'intéresser à la détection d'enveloppe pour retrouver l'information.

Le circuit représenté à la figure 1.a est un détecteur d'enveloppe. Il permet de détecter les valeurs crête successives de l'onde modulée (figure 1.b).



(a) Détecteur d'enveloppe simple



(b) : D.B.P.C (m < 1)

Détection d'enveloppe et filtrage

On utilise une diode à faible tension de seuil (diode Schottky) et on dimensionne le circuit  $R_1C_1$  de manière à restituer au mieux l'enveloppe du signal modulé. La figure 1.b correspond au cas où la fréquence porteuse n'est pas très supérieure à la fréquence du signal modulant décrit arbitrairement par un signal sinusoïdal. Cet exemple est choisi de manière à mettre en évidence les défauts de la détection.

A l'aide de la figure 1.b, tracer l'allure de  $r(t)$  en supposant la diode parfaite. Expliquer les différentes phases qui apparaissent.

D'après l'étude précédente, on constate qu'il faut choisir  $R_1$  et  $C_1$  de manière à ce que la tension  $r(t)$  s'approche de  $S_p [1 + m \cos(\Omega t)]$ .

L'élimination de l'ondulation résiduelle nécessite une constante de temps  $\tau = R_1C_1 \gg T_0$ , où  $T_0$  est la période de la porteuse modulée en amplitude.

Lors de la décroissance rapide de  $s(t)$ , la décharge du condensateur peut être trop lente vis à vis de la période  $T_0$  de la porteuse et conduire à une erreur de détection de l'enveloppe du signal modulé.

Dans le but de déterminer la condition de bonne restitution du signal modulant vous répondrez successivement aux questions suivantes :

Ecrire l'équation différentielle qui régit  $r(t)$  lors de la phase de décharge de  $C_1$  dans  $R_1$ .

En déduire la pente de la droite de décharge du condensateur à l'instant  $t_1$  notée  $\left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t=t_1}$ .

Calculer la pente de la tangente de l'enveloppe du signal modulé à l'instant  $t_1$ .

Sachant que la condition de bonne restitution est que la pente  $\left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t=t_1}$  doit être légèrement

plus négative que la pente de la tangente de l'enveloppe quel que soit  $t_1$ , montrer que cette condition s'exprime par :

$$R_1C_1 < \frac{\sqrt{1-m^2}}{2\pi mF}$$

où  $F$  désigne la fréquence maximum du signal modulant.

Remarque : pour mettre la condition de bonne restitution du signal modulant sous la forme présentée ici on étudiera la fonction  $y(t) = \frac{1 + m \cos(\Omega t)}{\Omega m \sin(\Omega t)}$ .

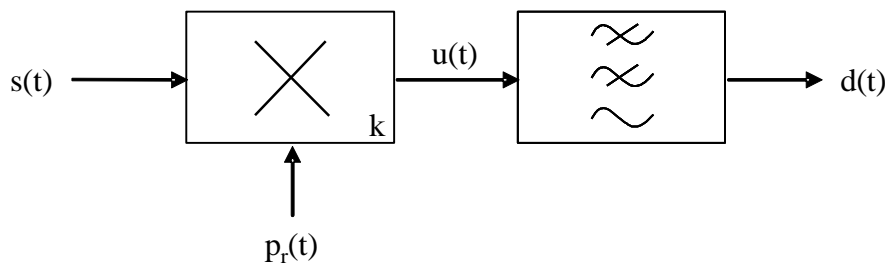
Le produit  $R_1C_1$  doit donc vérifier la relation  $T_0 \ll R_1C_1 < \frac{\sqrt{1-m^2}}{2\pi mF}$ .

En déduire les graphes des valeurs de la constante de temps  $\tau = R_1 C_1$  en fonction de la fréquence  $F$  du signal modulant pour plusieurs valeurs de l'indice de modulation ( $m = 0,3, 0,5, 0,8$ ).

Que pensez-vous de cette méthode de détection lorsque le taux de modulation s'approche de l'unité et lorsque la fréquence du signal modulant se rapproche de la fréquence de la porteuse ?

## 2. Démodulation cohérente

Cette démodulation est dite cohérente car elle nécessite la connaissance ou la restitution de la porteuse. Le principe de cette démodulation consiste à multiplier le signal modulé  $s(t)$  par un signal  $p_r(t)$  synchrone à la fréquence porteuse. Le signal résultant de la multiplication est ensuite filtré et on obtient un signal proportionnel au signal modulant. La structure d'un détecteur cohérent est donnée à la figure 2. On retrouve cette structure en instrumentation sous le nom de détecteur synchrone.



Structure de principe d'un détecteur cohérent ( $u(t) = k.s(t).p_r(t)$ ).

### 2.1 Principe de la démodulation cohérente et intérêt

On considère d'abord  $p_r(t)$  identique à la porteuse  $p(t)$ . Comment doit être choisie la fréquence de coupure du filtre passe-bas que l'on supposera parfait ? Exprimer dans ce cas le signal de sortie  $d(t)$  du détecteur synchrone et montrer que l'on restitue bien le signal modulant quels que soient le type de modulation (D.B.P.C ou D.B.P.S) et la valeur du taux de modulation  $m$  dans le cas de la modulation à porteuse conservée.

Montrer que si la porteuse  $p_r(t)$  disponible pour la démodulation est déphasée d'un angle  $\varphi$  par rapport à la porteuse  $p(t)$  initialement utilisée lors de la modulation on obtient le signal démodulé précédent corrigé par un terme dépendant de  $\varphi$ . Exprimer le signal démodulé. Que pouvez-vous conclure sur la constitution du récepteur ?

### 2.2 Dimensionnement du filtre passe-bas

On va maintenant étudier le filtre passe-bas réalisé au moyen d'une cellule du deuxième ordre dont le schéma est donné figure 3 (structure de Rauch) et la fonction de transfert est rappelée ci-dessous :

$$F_{PB}(p) = \frac{-1}{1 + 3R_0 C_2 p + R_0^2 C_1 C_2 p^2}$$

On impose un coefficient d'amortissement  $\xi = 1/\sqrt{2}$ .

Calculer la valeur de  $R_0$  pour avoir une fréquence de coupure  $f_c = 20$  kHz.

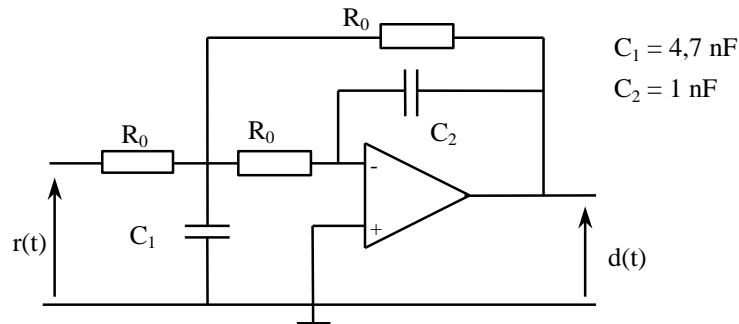


Figure 3. Filtre passe bas du second ordre.

### III. Etude d'une chaîne de transmission

#### 1. Modélisation du canal de transmission

La chaîne de transmission d'un signal informatif peut être décomposée en 3 étapes :

l'émetteur : modulation du signal

le canal de transmission

le récepteur : démodulation du signal reçu.

On va s'intéresser ici plus particulièrement au canal de transmission. Une modélisation simple du canal, représentée sur la figure 4, consiste en l'association :

d'un sommateur permettant d'injecter du bruit dans le signal transmis (réalisation d'un bruit additif),

d'un atténuateur destiné à représenter l'atténuation des signaux dans le canal,

d'un bloc de type filtre passe-bas simulant la bande passante limitée du canal.

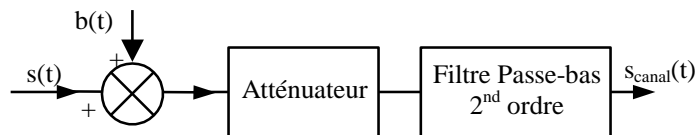


Figure 4 : Modélisation du canal de transmission.

Le filtre passe-bas peut être réalisé selon différentes structures (Rauch ou Sallen-Key).

Pour générer le bruit on utilisera un générateur de fonctions et pour réaliser l'addition de ce bruit au signal modulé, le sommateur sera basé sur un montage à amplificateur opérationnel.

Le schéma proposé pour réaliser le canal de transmission est donné à la figure 5 :

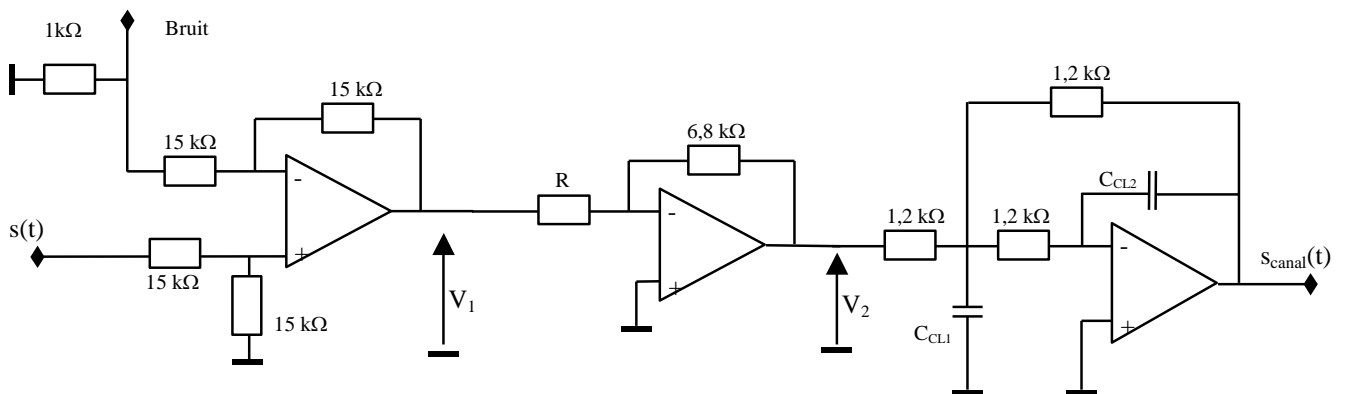


Figure 5. Modélisation du canal de transmission

Identifier les différents blocs constituant le canal.

Etudier le bloc permettant d'ajouter le bruit.

Donner la fonction de transfert du filtre passe-bas utilisé ainsi que celle de l'atténuateur. Etablir la relation entre  $C_{CL1}$  et  $C_{CL2}$  afin d'obtenir un amortissement du canal égal à  $1/\sqrt{2}$ .

Comment faut-il choisir la bande passante du canal par rapport à la fréquence porteuse et à la fréquence du signal modulant pour que le signal modulé ne soit pas déformé ?

## 2. Influence du bruit

La détection synchrone permet d'améliorer jusqu'à un facteur 2 le rapport signal sur bruit en entrée du détecteur. Cela est valable pour la modulation d'amplitude à porteuse conservée comme pour la modulation à porteuse supprimée. Ce point sera étudié expérimentalement.

Afin de calculer un rapport signal sur bruit, il faut être en mesure de déterminer la puissance du signal modulé en sortie du canal, notée  $C$ , et en sortie du détecteur, notée  $S$ , ainsi que la puissance du bruit en sortie du canal, notée  $N_1$ , et en sortie du détecteur, notée  $N_2$ . Il est à noter que les puissances considérées sont exprimées en  $V^2$ . L'efficacité  $\eta$  du détecteur est alors définie de la façon suivante  $\eta = \frac{(S/N)_{\text{détecteur}}}{(S/N)_{\text{canal}}} = \frac{(S/N_2)}{(C/N_1)}$ .

On rappelle que quelle que soit la nature des signaux (déterministe, périodique ou aléatoire), la puissance d'un signal correspond à la fonction d'autocorrélation prise en  $\tau = 0$  et que la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Soit  $x(t)$  le signal à étudier et  $\Gamma_{xx}(\tau)$  la fonction d'autocorrélation associée. On a les relations suivantes :

$$\Gamma_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt \quad \text{si } x(t) \text{ est un signal périodique de période } T,$$

$$\Gamma_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt \quad \text{si } x(t) \text{ est un signal déterministe à puissance moyenne finie,}$$

$$\Gamma_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] \quad \text{si } x(t) \text{ est un signal aléatoire stationnaire. Si de plus le signal est ergodique alors } \Gamma_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt.$$

De plus, il est à noter que la largeur de bande du canal de transmission modifie la densité spectrale de puissance obtenue en sortie du filtre. En effet, soit  $H(f)$  la réponse en fréquence d'un filtre linéaire de type passe-bas ou passe-bande. On peut montrer que la densité spectrale de puissance en sortie du filtre est telle que :

$$D_s(f) = |H(f)|^2 \cdot D_e(f).$$

Si  $D_e(f)$  est constant (cas d'un bruit blanc), on peut alors déterminer la puissance de bruit en sortie du filtre :

$$\langle b^2 \rangle = b_{\text{eff}}^2 = D_e \cdot \int |H(f)|^2 \cdot df.$$

Si le filtre est à gain unitaire alors  $\langle b^2 \rangle = b_{\text{eff}}^2 = D_e \cdot \Delta f$ , où  $\Delta f$  représente la bande équivalente de bruit.  $\Delta f$  est proportionnel :

- soit à la fréquence de coupure du filtre passe-bas,
- soit à la bande passante du filtre passe-bande.

## B. Expérimentation

On choisit d'utiliser comme porteuse un signal sinusoïdal de valeur moyenne nulle et de fréquence  $f_0 = 70$  kHz.

### I. Caractéristiques de la modulation d'amplitude

Dans le cadre de ce TP, la modulation d'amplitude est effectuée à l'aide d'un multiplieur analogique à quatre quadrants AD633 qui réalise l'opération

$$S = k.X.Y + W$$

où X et Y sont les deux signaux variables d'entrée et S le signal de sortie. On remarque que le multiplieur permet l'introduction d'une composante W supplémentaire.

Appliquer tout d'abord sur les deux entrées la même tension sinusoïdale de fréquence 10 kHz et identifier la valeur de k. Qu'en est-il pour une fréquence de 70 kHz ?

Appliquer sur une des entrées du multiplieur le signal modulant de fréquence inférieure à 10 kHz et sur l'autre entrée le signal porteur à la fréquence de 70 kHz. Veillez à faire attention aux amplitudes des signaux afin de ne pas saturer le multiplieur alimenté en  $\pm 15$  V.

#### 1. Cas de la modulation D.B.P.C :

Le signal modulé  $s(t)$  s'écrit alors :  $s(t) = k.S_p S_m [\cos(\Omega t) \cos(\omega_0 t)] + S_p \cos(\omega_0 t)$ .

La variation de l'amplitude du signal modulant  $S_m$  permet d'observer la modulation classique ( $m < 1$ ) et la surmodulation ( $m > 1$ ).

Relever les différentes figures temporelles et spectrales (utilisation d'un oscilloscope numérique avec module FFT) des signaux ainsi modulés pour différents taux de modulation.

Déterminer le taux de modulation par au moins une des trois méthodes proposées dans la préparation.

#### 2. Cas de la modulation D.B.P.S :

Le signal modulé  $s(t)$  s'écrit alors :  $s(t) = k.S_p S_m [\cos(\Omega t) \cos(\omega_0 t)]$ .

Relever les différentes figures temporelles et spectrales (utilisation d'un oscilloscope numérique avec module FFT) des signaux ainsi modulés. Que se passe-t-il lorsqu'on fait varier l'amplitude du signal modulant ?

### II. Techniques de démodulation d'amplitude

Le canal de propagation est ici simulé par un câble reliant la sortie du modulateur à l'entrée du démodulateur.

#### 1. Démodulation par détection d'enveloppe

On dispose d'un détecteur d'enveloppe et on cherche à démoduler un signal modulé à porteuse conservée.

Pour plusieurs taux de modulation et pour une fréquence F du signal modulant comprise entre 20 Hz et 10 kHz, relever les figures temporelles du signal démodulé.

Que pouvez-vous observer pour le signal démodulé dans le cas d'une sur-modulation ? Justifier.

Que pouvez-vous constater si l'on diminue la fréquence de la porteuse autour de  $2F$  ?

## 2. Démodulation par détection synchrone : démodulation cohérente

On dispose sur la maquette d'un second multiplieur, d'un filtre passe-bas et d'un réseau déphaseur qui permet d'introduire un déphasage variable entre la porteuse initiale et la porteuse envoyée au second multiplieur pour effectuer la démodulation cohérente (si le déphaseur n'est pas présent, utiliser deux générateurs Agilent 33220A après les avoir demandés à la personne encadrant le TP).

**2.1** Appliquer sur l'entrée du deuxième multiplieur la porteuse initiale  $p(t)$  et effectuer la démodulation du signal modulé. Observer le signal démodulé.

**2.2** On introduit maintenant un déphasage sur le signal synchrone avec la porteuse. Observer le signal démodulé. Quelles sont les variations du signal démodulé vis à vis des variations de la phase produites en agissant sur le potentiomètre du déphaseur. Vérifier que l'on retrouve bien la loi établie lors de la préparation, laquelle donne l'amplitude du signal démodulé en fonction du déphasage  $\varphi$  entre la porteuse injectée dans le modulateur d'amplitude et la porteuse  $p_r(t)$  appliquée au deuxième multiplieur. Conclure.

**2.3** Appliquer au moyen d'un autre générateur un signal non synchrone avec la porteuse modulée et tenter de reconstituer le signal démodulé. Conclusion?

## III. Etude de la démodulation d'un signal bruité

### 1. Le canal de transmission

Déterminer les valeurs des capacités  $C_{CL1}$  et  $C_{CL2}$  du canal de transmission pour obtenir une fréquence de coupure de l'ordre de 100 kHz et un coefficient d'amortissement proche de 0,707. On choisira la valeur de la résistance  $R$  égale à 6,8 k $\Omega$  afin de ne pas introduire d'atténuation dans le canal.

Tracer le diagramme de Bode du canal de transmission.

### 2. Influence du bruit vis-à-vis de la démodulation synchrone

On suppose que la détection synchrone s'effectue dans des conditions idéales c'est-à-dire que la porteuse  $p_r(t)$  est synchrone avec la porteuse  $p(t)$  servant à réaliser la modulation d'amplitude. On cherche alors à transmettre le signal modulé via le canal de transmission. Pour ce faire, on applique la sortie du circuit de modulation (signal modulé de type D.B.P.S) à l'entrée " signal " du canal de transmission. Simultanément, on applique à l'entrée " bruit " de ce même canal un bruit blanc. Relier la sortie du canal de transmission (fréquence de coupure égale à 100 kHz) à l'entrée du démodulateur synchrone.

Observer et comparer, pour divers niveaux de bruit, les signaux dans les domaines temporel et fréquentiel en sortie du sommateur du canal de transmission puis en sortie du canal de transmission et enfin en sortie du détecteur synchrone.

Quel type de mesure faudrait-il effectuer pour obtenir un bon ordre de grandeur de l'efficacité du démodulateur ?

Quel est l'intérêt de la détection synchrone ?

## Travaux Pratiques

### *Electronique pour la transmission de l'information*

#### TP n°4 – Modulation et démodulation de fréquence

Le but de ce TP est de mettre en évidence les principales propriétés de la modulation et de la démodulation de fréquence. Il s'agira notamment de caractériser une onde modulée en fréquence, d'étudier un exemple de réalisation de modulateur de fréquence et enfin de réaliser la démodulation d'un signal modulé en fréquence à l'aide d'une boucle à verrouillage de phase numérique.

## A. Préparation

### I. Modulation de fréquence

#### 1. Définitions

Soit  $s(t)$  un signal sinusoïdal d'amplitude constante et de phase instantanée  $\Phi(t)$  :  $s(t) = S_p \cdot \cos(\Phi(t))$ . On appelle pulsation instantanée, la pulsation  $\Omega$  définie par  $\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$  et fréquence instantanée, la fréquence  $f$  définie par  $f(t) = \frac{\Omega(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt}$ .

Si  $f_0$  est la fréquence du signal porteur, alors  $\Phi(t)$  s'écrit  $\Phi(t) = 2\pi f_0 t + \varphi(t)$  où  $\varphi(t)$ , qui représente la déviation de phase par rapport à la porteuse, contient l'information à transmettre.

Si la dérivée de  $\varphi(t)$  par rapport au temps est proportionnelle au signal informatif à transmettre  $s_{\text{inf}}(t)$ , on parle de modulation de fréquence et le signal modulé en fréquence s'exprime alors de la façon suivante :

$$s(t) = S_p \cos\left(2\pi f_0 t + \int_0^t 2\pi K_f s_{\text{inf}}(u) du\right).$$

Dans le cas général, on ne peut pas définir le spectre d'un tel signal. Si on se place dans le cas particulier d'un signal informatif sinusoïdal ( $s_{\text{inf}}(t) = S_m \cos(2\pi Ft)$ ), on peut montrer à partir de l'identité de Bessel ( $\exp[jk \sin(2\pi Ft)] = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(k) \exp(jn 2\pi Ft)$ ) que  $s(t)$  peut s'écrire

$$s(t) = S_p \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi f_0 t + 2\pi n Ft)$$

où  $\beta$  représente l'indice de modulation et  $J_n(\beta)$  la fonction

de Bessel d'ordre  $n$  de première espèce, définie par :  $J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin(\theta) - n\theta) d\theta$ .

#### 2. Propriétés d'une onde modulée en fréquence

Montrer que l'expression temporelle d'une onde sinusoïdale modulée en fréquence par le signal sinusoïdal  $s_{\text{inf}}(t)$  s'écrit  $s(t) = S_p \cos(2\pi f_0 t + \beta \sin(2\pi Ft))$ .



En déduire l'expression de l'indice de modulation  $\beta$ . Montrer que  $\beta$  peut aussi s'écrire de la façon suivante :  $\beta = \frac{\Delta f}{F}$  où  $\Delta f$  représente l'excursion en fréquence.

Déterminer le spectre de  $s(t)$  sachant que  $|J_n(\beta)| = |J_{-n}(\beta)|$ . Enoncer la règle empirique de Carson permettant d'estimer la bande passante nécessaire à la transmission de cette onde lorsque l'indice de modulation  $\beta$  est élevé ( $\beta \gg 1$ ). L'exprimer en fonction de  $\beta$ .

On impose une excursion en fréquence  $\Delta f = (f_{\max} - f_{\min})/2 = 10 \text{ kHz}$  autour de la fréquence porteuse  $f_0 = 60 \text{ kHz}$ .

A l'aide des courbes de Bessel jointes en annexe, représenter l'allure du spectre d'un signal modulé en fréquence dans le cas où la composante à la fréquence  $f_0$  s'annule. Quelles sont les trois premières valeurs de l'indice de modulation qui permettent l'annulation de la composante à la fréquence  $f_0$ ? Préciser alors les trois valeurs de fréquence de modulation correspondante.

Représenter l'allure du spectre dans le cas où  $\beta$  est égal à 5. Calculer les fréquences de modulation correspondantes à  $\beta = 5, 10$  et  $15$  ainsi que la bande de Carson théorique.

Quels avantages et inconvénients présente la modulation de fréquence vis à vis de la modulation d'amplitude ?

Quelle est l'allure du spectre si l'onde porteuse n'est plus un signal sinusoïdal mais un signal carré d'amplitude 5 V et de valeur moyenne 2,5 V ?

### 3. Exemple de réalisation d'un modulateur de fréquence

Pour réaliser un modulateur de fréquence, on utilise un oscillateur contrôlé en tension. Justifier cette affirmation.

Pour ce TP, on utilise l'oscillateur contrôlé en tension étudié lors du TP n°2 et dont le schéma est rappelé sur la figure 1. On rappelle que les tensions de sortie  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  sont des créneaux compris entre 0 et 5 V et que la relation liant la fréquence  $f_0$  des signaux  $V_{C1}$  et  $V_{C2}$  à la tension

de commande  $E$  de l'oscillateur est :  $f_0 = \frac{V_{CC} - V_{\delta} - E}{2R_p C(V_{CC} - V_{\delta})}$  avec  $E \in [0, V_{CC} - V_{\delta}]$ ,  $V_{\delta} = 0,7 \text{ V}$ .

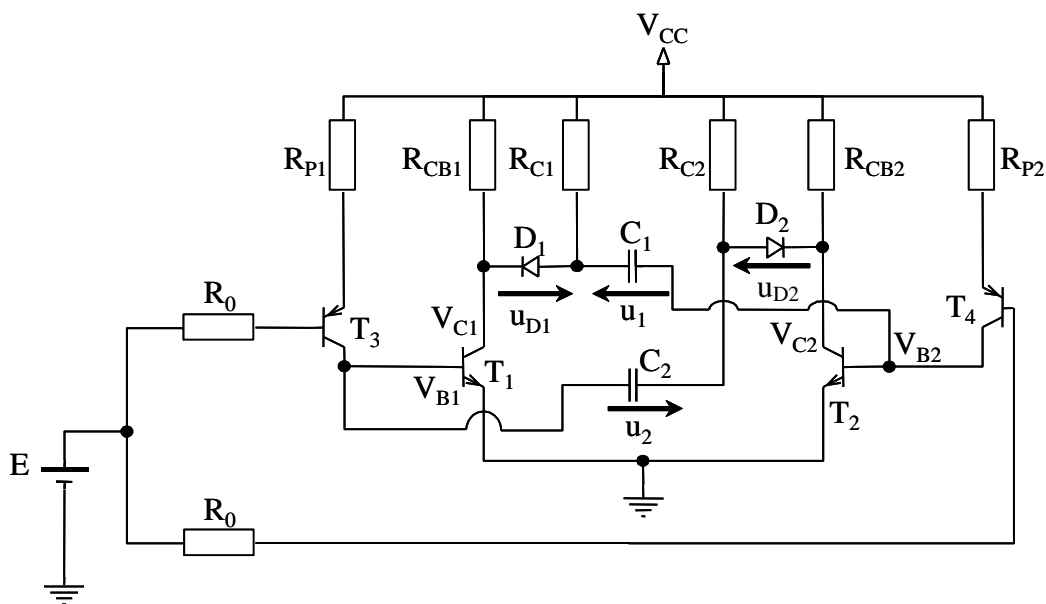


Figure 1. Oscillateur contrôlé en tension

## II. Démodulation par boucle à verrouillage de phase

Pour démoduler l'onde émise par le montage décrit ci-dessus, on utilise un circuit intégré de type "boucle à verrouillage de phase", réalisé en technologie CMOS. Il s'agit du circuit logique de référence 4046B dont les caractéristiques principales sont données en annexe. La tension d'alimentation  $V_{DD}$  est choisie égale à 5 V.

On réalisera une boucle dite du premier ordre, de réglage simple, et dont le schéma est donné à la figure 2.

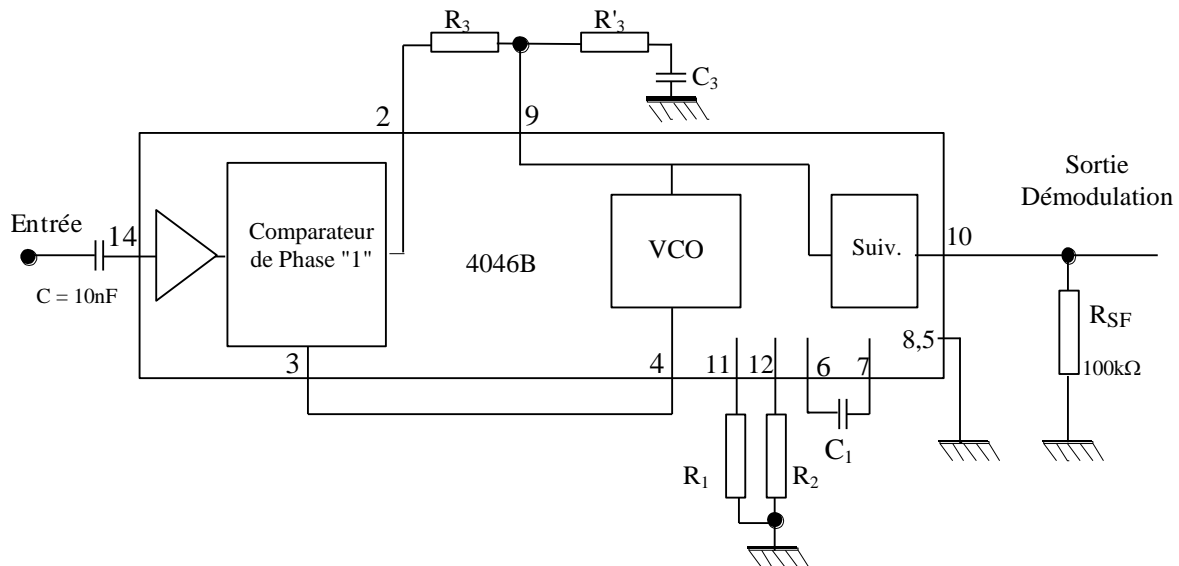


Figure 2. Câblage du circuit 4046B.

Il s'agit ici de prédéterminer les éléments du montage permettant de démoduler l'onde fournie par le générateur de la figure 1.

## 1. Etude des éléments de la boucle à verrouillage de phase

### 1.1 Le VCO de la PLL 4046B

Quelle doit être la fréquence centrale d'oscillation du VCO sachant que la fréquence porteuse du signal à démoduler vaut 60 kHz ?

Sachant que  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $\square$  déterminer, en utilisant les abaques fournis en annexe, les valeurs de  $R_1$  et  $C_1$  pour que la plage de linéarité du VCO soit comprise entre 24 kHz et 96 kHz.

### 1.2 Le comparateur de phase

Le montage proposé utilise le "Comparateur de Phase 1" du 4046B qui est un simple circuit OU EXCLUSIF. Rappeler la caractéristique de ce comparateur de phase. Que vaut  $K_1$ , la pente du comparateur de phase ?

Ce type de comparateur présente le risque de se verrouiller sur une fréquence harmonique non présente dans le signal. Comment ce risque est-il éliminé dans le cas présent ?

### 1.3 Le filtre

Le filtre passe-bas choisi est de type passif, de fonction de transfert  $F_1(p)$  ou  $F_2(p)$ . Les schémas sont donnés en figure 3.

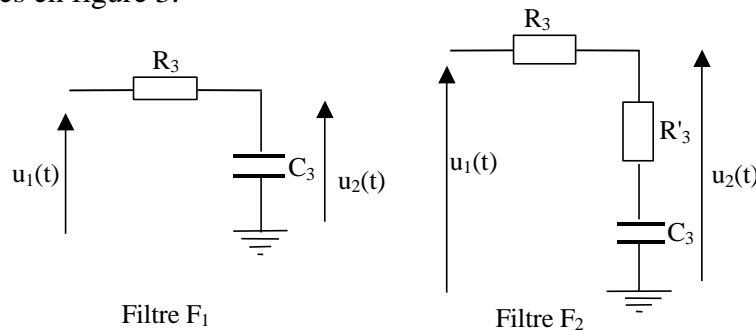


Figure 3. Filtres passe-bas passifs

Déterminer les fonctions de transfert  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$ . Les mettre sous la forme :  $F_1(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$  et  $F_2(p) = \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p}$ . Exprimer  $\tau$  en fonction de  $R_3$  et  $C_3$  puis  $\tau_1$  et  $\tau_2$  en fonction de  $R_3$ ,  $R'_3$  et  $C_3$ .

## 2. Choix des éléments du filtre pour réaliser un démodulateur de fréquence

On désire démoduler un signal modulé en fréquence dont l'excursion en fréquence est égale à 10 kHz autour de la fréquence porteuse  $f_0$  ( $f_0 = 60 \text{ kHz}$ ).

### 2.1 Mise en équation

Rappeler le schéma bloc d'une boucle à verrouillage de phase en supposant que le filtre de boucle est un filtre de fonction de transfert  $F(p)$ .

Montrer que la tension démodulée, c'est-à-dire l'image du signal modulant, se retrouve en entrée du VCO. Redessiner alors le schéma bloc de la boucle à verrouillage de phase en faisant apparaître en entrée la variable fréquence  $F_e(p)$  (proportionnelle au signal modulant) et en sortie la tension démodulée  $U_2(p)$ .

Montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée de ce schéma-bloc est :

$$\frac{U_2(p)}{F_e(p)} = \frac{2\pi K_1 F(p)}{p + 2\pi K_1 K_2 F(p)}$$

Les filtres de boucle choisis ont un gain constant en basse fréquence. Quelle relation lie  $U_2(t)$

et le signal modulant en basse fréquence ? Comment va-t-on choisir la fréquence de coupure  $f^{\text{BF}}$  de la fonction de transfert  $\frac{U_2(p)}{F_c(p)}$  afin d'obtenir une démodulation de fréquence correcte ?

### 2.2 Etude dans le cas du filtre passe-bas de fonction de transfert $F_1(p)$

A partir de la fonction de transfert précédente, montrer qu'avec le filtre passe-bas de fonction de transfert  $F_1(p)$  on ne peut pas régler séparément l'amortissement  $\xi$  et la bande passante  $f^{\text{BF}}$  de la boucle à verrouillage de phase. Il faut donc imposer l'une ou l'autre de ces quantités. Afin d'assurer une démodulation correcte, il faut que :

- la plage de verrouillage soit supérieure à deux fois l'excursion en fréquence
- la bande passante de la boucle à verrouillage de phase soit légèrement plus grande que la fréquence maximale du signal modulant. On impose donc  $f^{\text{BF}}$ .

Déterminer l'expression de  $\tau$  puis celle de  $\xi$  en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $f^{\text{BF}}$ .

### 2.3 Etude dans le cas du filtre passe-bas de fonction de transfert $F_2(p)$

Pour améliorer les performances du démodulateur, on propose d'utiliser le filtre de fonction de transfert  $F_2(p)$  (filtre dit à retard de phase).

Déterminer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée. En déduire l'expression de l'amortissement et de la bande passante. Montrer alors que l'on peut imposer indépendamment l'amortissement  $\xi$  et la bande passante  $f^{\text{BF}}$  de la boucle.

On impose maintenant  $f^{\text{BF}}$  et  $\xi$ . Déterminer l'expression de  $\tau_2$  en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $f^{\text{BF}}$  puis celle de  $\tau_1$  en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $f^{\text{BF}}$  et  $\xi$ .

## B. Expérimentation

### I. Etude des propriétés d'une onde modulée en fréquence

Pour générer le signal modulé en fréquence, on utilise un générateur HP/Agilent 33220A : choisir un signal porteur sinusoïdal de fréquence porteuse égale à 60 kHz et dont l'excursion en fréquence vaut 10 kHz. Le signal modulant est sinusoïdal.

Faire varier uniquement la fréquence de modulation  $F$  et relever à l'aide du module FFT des oscilloscopes les 3 premiers spectres pour lesquels la composante à la fréquence centrale s'annule. Vérifier les résultats obtenus par rapport à la préparation.

Mesurer à l'aide du module FFT des oscilloscopes, la largeur de spectre du signal modulé, pour les valeurs de  $\beta$  égales à 5, 10 et 15. Vérifier l'accord avec la règle de Carson.

Visualiser puis analyser le spectre d'un signal modulé en fréquence lorsque le signal porteur est un signal carré prenant les valeurs 0 V ou 5 V.

### II. Etude de l'émetteur

Mettre la maquette "boucle à verrouillage de phase" sous tension (entre  $V_{\text{DD}} = 5 \text{ V}$  et la masse). Appliquer sur l'entrée de polarisation une tension continue réglable  $E$ .

Tracer la caractéristique  $f(E)$  pour une tension  $E$  comprise entre 0 et 4 V. Déterminer la valeur moyenne et l'amplitude de la tension à appliquer sur l'entrée E pour obtenir un signal modulé en fréquence de fréquence porteuse 60 kHz et dont l'excursion en fréquence vaut 10 kHz.

Appliquer à l'entrée de cet oscillateur la tension ainsi déterminée et vérifier que le cahier des charges est bien rempli.

### III. Etude du récepteur

Mettre la maquette sous tension (entre  $V_{DD} = 5$  V et la masse).

#### 1. Etude de la boucle à verrouillage de phase 4046 B

##### 1.1 Caractérisation du VCO de la PLL 4046B

On prend  $R_2 = 10$  k $\Omega$  et  $R_1 = 2,2$  k $\Omega$ . Placer la capacité  $C_1$  dont la valeur a été déterminée dans la préparation et vérifier que pour une tension appliquée à l'entrée du VCO de 2,5 V, la fréquence du signal de sortie du VCO est proche de 60 kHz. Si tel n'est pas le cas, ajuster la valeur de  $C_1$  pour que la fréquence des oscillations du VCO soit proche de 60 kHz.

Appliquer à l'entrée du VCO un signal continu de niveau réglable entre 0 et 5 V et tracer l'évolution de la fréquence du signal de sortie du VCO en fonction de l'amplitude du signal d'entrée. En déduire la plage de linéarité du VCO et sa pente  $K_2$ .

##### 1.2 Comportement de la boucle à verrouillage de phase

On choisit d'utiliser le filtre passe-bas de fonction de transfert  $F_1(p)$ . A partir des mesures effectuées précédemment et des relations établies dans votre préparation, calculer les valeurs de  $R_3$  et  $C_3$  pour que la bande passante de la boucle à verrouillage de phase soit de 20 kHz.

Effectuer le câblage complet de la boucle à verrouillage de phase puis vérifier l'accrochage de la boucle et déterminer les valeurs des plages de verrouillage et de capture obtenues en appliquant à l'entrée de la boucle un signal TTL de fréquence convenable. Vérifier que la plage de verrouillage et la plage de capture sont compatibles avec la modulation FM envisagée (fréquence porteuse égale à 60 kHz et excursion en fréquence égale à 10 kHz).

#### 2. Démodulation par boucle à verrouillage de phase

##### 2.1 Cas du filtre passe-bas de fonction de transfert $F_1(p)$

On applique en entrée de la boucle à verrouillage de phase le signal modulé issu de l'oscillateur contrôlé en tension.

Vérifier que la boucle à verrouillage de phase reste toujours accrochée.

Visualiser ensuite le signal modulant et le signal démodulé. Conclusion ?

Pour vérifier le comportement en régime transitoire, on module le signal porteur par une tension carrée de fréquence basse. Cela revient à effectuer une modulation analogique discrète dite modulation F.S.K (Frequency Shift Keying). Dans ce type de modulation, par déplacement de fréquence, la fréquence du signal modulé prend  $m$  valeurs discrètes ( $m = 2$  ici).

Visualiser alors le signal démodulé et commenter la forme. Mesurer le dépassement et la fréquence des pseudo-oscillations. Conclure.

##### 2.2 Cas du filtre passe-bas de fonction de transfert $F_2(p)$

A partir des mesures effectuées précédemment et des relations établies dans votre préparation, calculer les valeurs de  $R_3$ ,  $R'_3$  et  $C_3$  pour que la bande passante de la boucle à verrouillage de phase soit de 20 kHz et l'amortissement de 0,5.

#### 2.2.1 Comportement de la boucle à verrouillage de phase (facultatif)

Effectuer le câblage complet de la boucle à verrouillage de phase puis vérifier l'accrochage de la boucle et déterminer les valeurs des plages de verrouillage et de capture obtenues en appliquant à l'entrée de la boucle un signal TTL de fréquence convenable.

#### 2.2.2 Comportement de la boucle à verrouillage de phase en démodulation de fréquence

On applique en entrée de la boucle à verrouillage de phase le signal modulé issu de l'oscillateur contrôlé en tension.

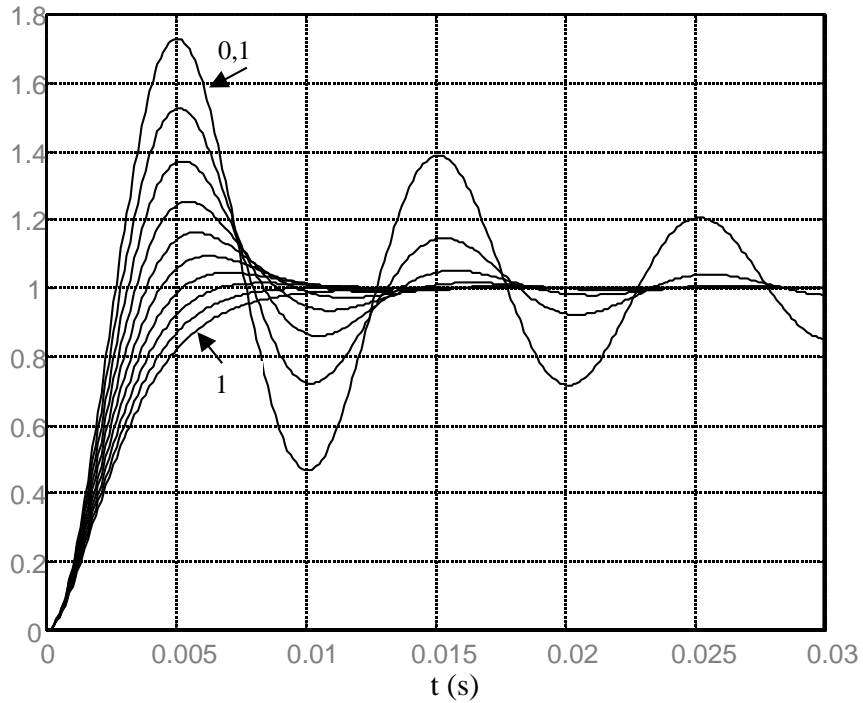
Vérifier que la boucle à verrouillage de phase est bien accrochée.

Visualiser ensuite le signal modulant et le signal démodulé. Conclusion ?

Mesurer le dépassement et la fréquence des pseudo-oscillations en visualisant le régime transitoire. Conclure.

## ANNEXES

1- Réponse d'un filtre passe-bas du second ordre à un échelon de tension pour un amortissement compris entre 0,1 et 1 par pas de 0,1.



2- Extrait de la documentation technique de la PLL 4046 B

3- Les 5 premières fonctions de Bessel

$J_0(\beta)$  s'annule pour les valeurs suivantes de  $\beta$  : 2,375 ; 5,625 ; 8,875.

Les fonctions de Bessel  $J_n(\beta)$

